

LISTA DE EXERCÍCIOS

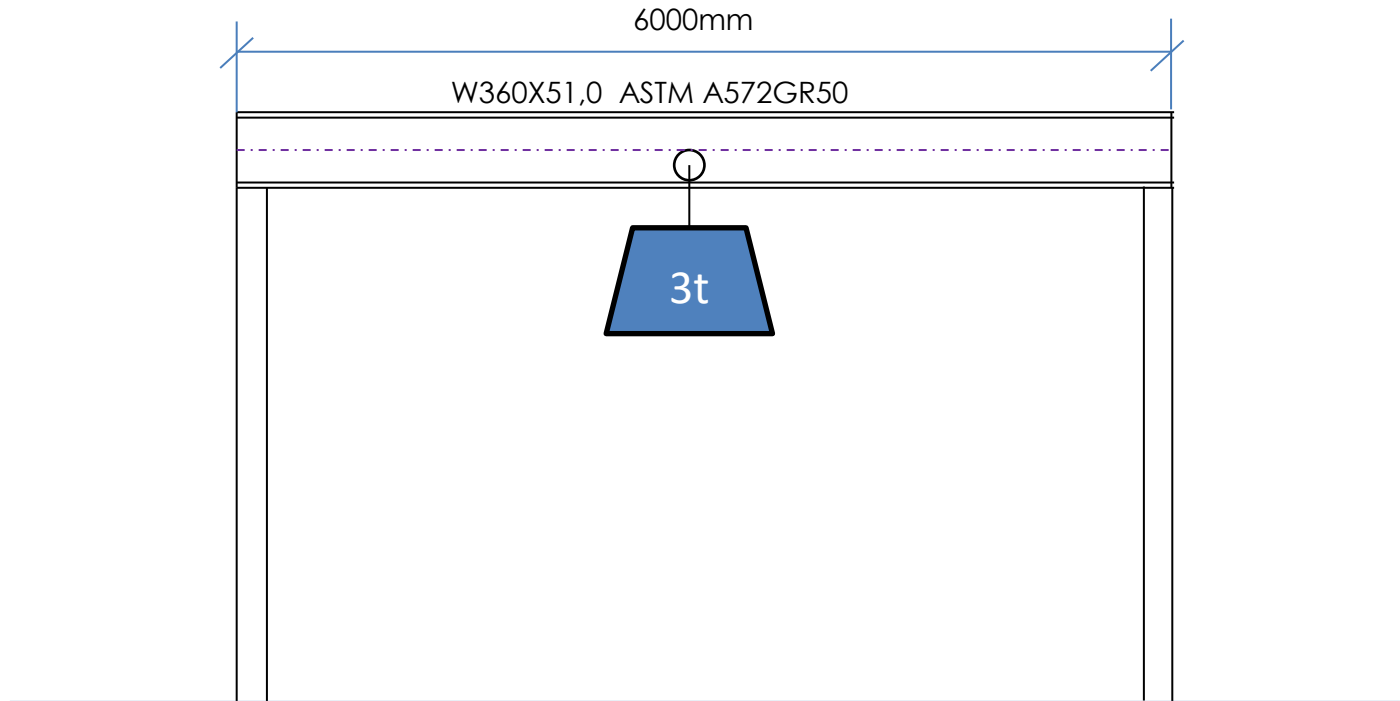
FLEXÃO SIMPLES

Curso de Projeto e Cálculo de Estruturas metálicas

Exercício 01 - **Considere a viga de monovia bi apoiada da figura.**

Determine se a viga apresentada pode ser considerada aprovada nessas condições

Obs. Considerar apoios articulados. Considere como viga de rolamento de ponte rolante com capacidade inferior a 200kN. Considere a carga aplicada ao centro da viga, e classificada como sobrecarga (Coef. Majoração ELU = 1,5).



Passo 1 – Determinar as cargas atuantes

ELS:

Peso próprio da viga: 0,51 kN/m

Sobrecarga: 30kN

ELU:

Peso próprio da viga: $1,25 \cdot 0,51 = 0,6375$ kN/m

Sobrecarga: $1,5 \cdot 30 = 45$ kN

Passo 2 – Verificar quanto a ELS

Flecha limite: $L/600 = 6000/600 = 10$ mm

$$f_{max} = \frac{5 \cdot q \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I} + \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I} = \frac{5 \cdot 0,0051 \cdot 600^4}{384 \cdot 20500 \cdot 14222} + \frac{30 \cdot 600^3}{48 \cdot 20500 \cdot 14222} = 0,492 \text{cm} = 4,92 \text{mm OK!}$$

Passo 3 – Verificar Quanto a ELU

Cálculo do Msd:

$$M_{sd} = \frac{q \cdot L^2}{8} + \frac{P \cdot L}{4} = \frac{0,006375 \cdot 600^2}{8} + \frac{45 \cdot 600}{4} = 7036,87 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

Verificação de FLT:

$$\lambda = \frac{L_b}{r_y} = \frac{600}{3,87} = 155,03$$

$$\lambda_p = 1,76 \cdot \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 1,76 \cdot \sqrt{\frac{20500}{34,5}} = 42,90 < \lambda - \text{Devemos calcular } \lambda_r$$

$$\beta_1 = \frac{(f_y - \sigma_r) \cdot W_x}{E \cdot J} = \frac{(34,5 - 0,3 \cdot 34,5) \cdot 801,2}{20500 \cdot 24,65} = 0,0383$$

$$\lambda_r = \frac{1,38 \cdot \sqrt{I_y \cdot J}}{r_y \cdot J \cdot \beta_1} \cdot \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{27 \cdot C_w \cdot \beta_1^2}{I_y}}} = \frac{1,38 \cdot \sqrt{968 \cdot 24,65}}{3,87 \cdot 24,65 \cdot 0,0383} \cdot \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{27 \cdot 284994 \cdot 0,0383^2}{968}}} = 124,56 < \lambda \text{ devemos calcular } M_{cr}$$

$$M_{cr} = \frac{C_b \cdot \pi^2 \cdot E \cdot I_y}{L_b^2} \cdot \sqrt{\frac{C_w}{I_y} \cdot \left(1 + 0,039 \cdot \frac{J \cdot L_b^2}{C_w}\right)} = \frac{1 \cdot \pi^2 \cdot 20500 \cdot 968}{600^2} \cdot \sqrt{\frac{284994}{968} \cdot \left(1 + 0,039 \cdot \frac{24,65 \cdot 600^2}{284994}\right)} = 13.890,91 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

$$M_{Rd,FLT} = \frac{13890,91}{1,1} = 12628,1 > 7036,87 \text{ kN}$$

Curso de Projeto e Cálculo de Estruturas metálicas

Passo 3 – Verificar Quanto a ELU

Verificação de FLM:

$$\lambda = \frac{bf}{2tf} = 7,37 \text{ (tabela)} \quad \lambda_p = 0,38 \cdot \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 0,38 \cdot \sqrt{\frac{20500}{34,5}} = 9,26 > 7,37 \text{ OK, Seção compacta quanto à mesa}$$

$$M_{Rd,FLM} = \frac{Z_x \cdot F_y}{1,1} = \frac{899,5 \cdot 34,5}{1,1} = 28211,59 \text{ kN.cm}$$

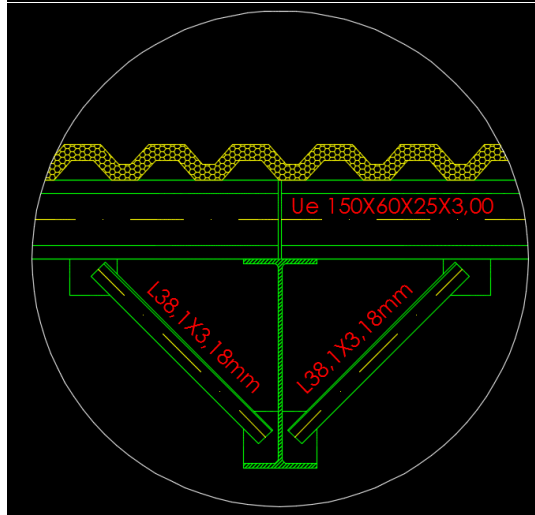
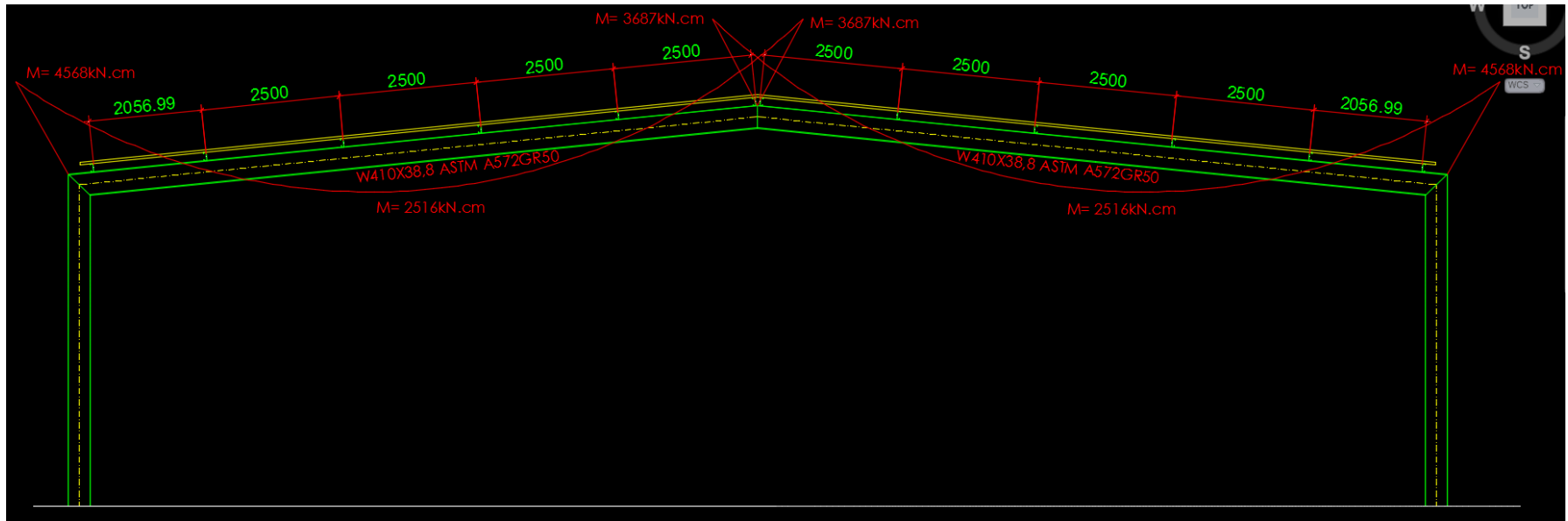
Verificação de FLA:

$$\lambda = \frac{d'}{tw} = 42,75 \text{ (tabela)} \quad \lambda_p = 3,76 \cdot \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 3,76 \cdot \sqrt{\frac{20500}{34,5}} = 91,65 > 42,75 \text{ OK, Seção compacta quanto à alma}$$

$$M_{Rd,FLA} = \frac{Z_x \cdot F_y}{1,1} = \frac{899,5 \cdot 34,5}{1,1} = 28211,59 \text{ kN.cm}$$

$$M_{Rd} = 13890,91 \text{ kN.cm (Menor entre os valores de FLT, FLM e FLA)}$$

Exercício 02 - Considere o pórtico da figura abaixo. Verifique se o perfil adotado para a viga (W410X38,8) pode ser aprovado quanto aos Estados Limites últimos



O distanciamento entre terças da cobertura é de 2500mm
O travamento pode ser considerado rígido conforme desenho ao lado

Considere os momentos fletores já majorados

Passo 1– Verificar Quanto a ELU

Cálculo do Msd (Selecionar o pior caso entre os apresentados):

$$M_{Sd} = 4568 \text{ kN.cm}$$

$$\text{a) } M_{Rd} = \frac{M_{p\ell}}{\gamma_{a1}}, \text{ para } \lambda \leq \lambda_p$$

$$\text{b) } M_{Rd} = \frac{C_b}{\gamma_{a1}} \left[M_{p\ell} - (M_{p\ell} - M_r) \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right] \leq \frac{M_{p\ell}}{\gamma_{a1}}, \text{ para } \lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$$

$$\text{c) } M_{Rd} = \frac{M_{cr}}{\gamma_{a1}} \leq \frac{M_{p\ell}}{\gamma_{a1}}, \text{ para } \lambda > \lambda_r$$

Verificação de FLT:

$$\lambda = \frac{L_b}{r_y} = \frac{250}{2,83} = 88,33 \quad \lambda_p = 1,76 \cdot \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 1,76 \cdot \sqrt{\frac{20500}{34,5}} = 42,90 < \lambda - \text{Devemos calcular } \lambda_r$$

$$\beta_1 = \frac{(f_y - \sigma_r) \cdot W_x}{E \cdot J} = \frac{(34,5 - 0,3 \cdot 34,5) \cdot 640,5}{20500 \cdot 11,69} = 0,0645$$

$$\lambda_r = \frac{1,38 \cdot \sqrt{I_y \cdot J}}{r_y \cdot J \cdot \beta_1} \cdot \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{27 \cdot C_w \cdot \beta_1^2}{I_y}}} = \frac{1,38 \cdot \sqrt{404 \cdot 11,69}}{2,83 \cdot 11,69 \cdot 0,0645} \cdot \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{27 \cdot 153190 \cdot 0,0645^2}{404}}} = 122,54 > \lambda \text{ Equação B (primeiro calcular } M_r)$$

$$M_r = (f_y - \sigma_r) \cdot W_x \rightarrow (34,5 - 0,3 \cdot 34,5) \cdot 640,5 = 15468,075 \text{ kN.cm}$$

$$M_{Rd,FLT} = \frac{1}{1,1} \cdot \left(736,8 \cdot 34,5 - (736,8 \cdot 34,5 - (15468,75) \cdot \frac{88,33 - 42,90}{122,54 - 42,90}) \right) = 8028,11 \text{ kN.cm} - \text{OK PARA FLT}$$

Passo 2 – Verificar Quanto a ELU

Verificação de FLM:

$$\lambda = \frac{bf}{2tf} = 7,95 \text{ (tabela)} \quad \lambda_p = 0,38 \cdot \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 0,38 \cdot \sqrt{\frac{20500}{34,5}} = 9,26 > 7,95 \text{ OK, Seção compacta quanto à mesa}$$

$$M_{Rd,FLM} = \frac{Z_x \cdot F_y}{1,1} = \frac{736,8 \cdot 34,5}{1,1} = 23108,72 \text{ kN.cm}$$

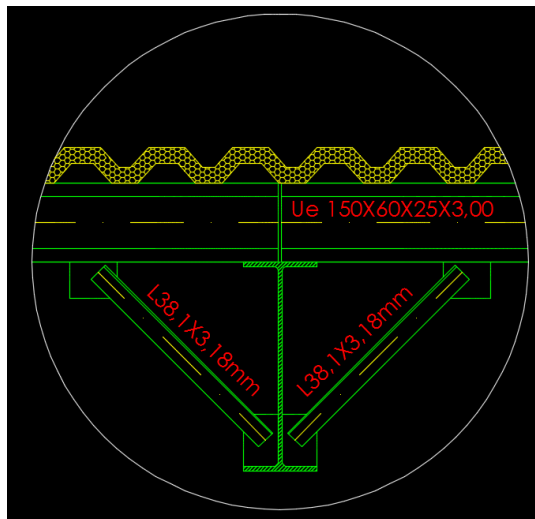
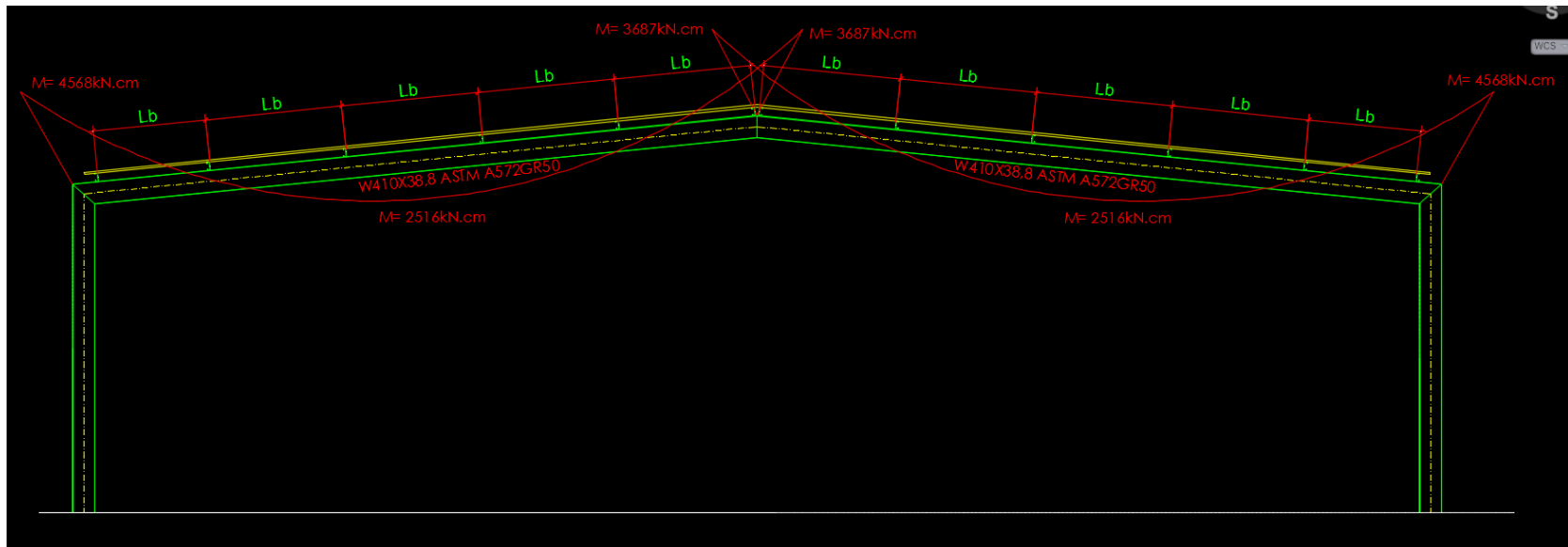
Verificação de FLA:

$$\lambda = \frac{d'}{tw} = 55,84 \text{ (tabela)} \quad \lambda_p = 3,76 \cdot \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 3,76 \cdot \sqrt{\frac{20500}{34,5}} = 91,65 > 55,84 \text{ OK, Seção compacta quanto à alma}$$

$$M_{Rd,FLA} = \frac{Z_x \cdot F_y}{1,1} = \frac{736,8 \cdot 34,5}{1,1} = 23108,72 \text{ kN.cm}$$

$M_{Rd} = 8028,11 \text{ kN.cm}$ (Menor entre os valores de FLT, FLM e FLA) $> 4568 \text{ OK}$
PERFIL APROVADO À FLEXÃO SIMPLES

Exercício 03 - No exercício anterior, você pôde observar que o Estado Limite FLT foi o caso crítico para o dimensionamento. Determine qual a distância L_b máxima para que o perfil possa ser considerado compacto à FLT



Após determinar L_b para que a peça seja considerada compacta, recalcule o M_{Rd} da viga nessa condição

Considere os momentos fletores já majorados

Passo 1– Verificar Quanto a ELU

Cálculo do Msd (Selecionar o pior caso entre os apresentados):

$$M_{Sd} = 4568 \text{ kN.cm}$$

$$\text{a) } M_{Rd} = \frac{M_{p\ell}}{\gamma_{a1}}, \text{ para } \lambda \leq \lambda_p$$

$$\text{b) } M_{Rd} = \frac{C_b}{\gamma_{a1}} \left[M_{p\ell} - (M_{p\ell} - M_r) \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right] \leq \frac{M_{p\ell}}{\gamma_{a1}}, \text{ para } \lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$$

$$\text{c) } M_{Rd} = \frac{M_{cr}}{\gamma_{a1}} \leq \frac{M_{p\ell}}{\gamma_{a1}}, \text{ para } \lambda > \lambda_r$$

Verificação de FLT:

$$\lambda = \frac{L_b}{r_y} \qquad \lambda_p = 1,76 \cdot \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 1,76 \cdot \sqrt{\frac{20500}{34,5}} = 42,90 < \lambda \text{ — Devemos calcular } \lambda_r$$

Para que a peça seja considerada compacta, devemos ter: $\lambda \leq \lambda_p$

$$42,90 = \frac{L_b}{2,83} \qquad L_b = 42,90 \cdot 2,83 = 121,4 \text{ cm ou } 1214 \text{ mm}$$

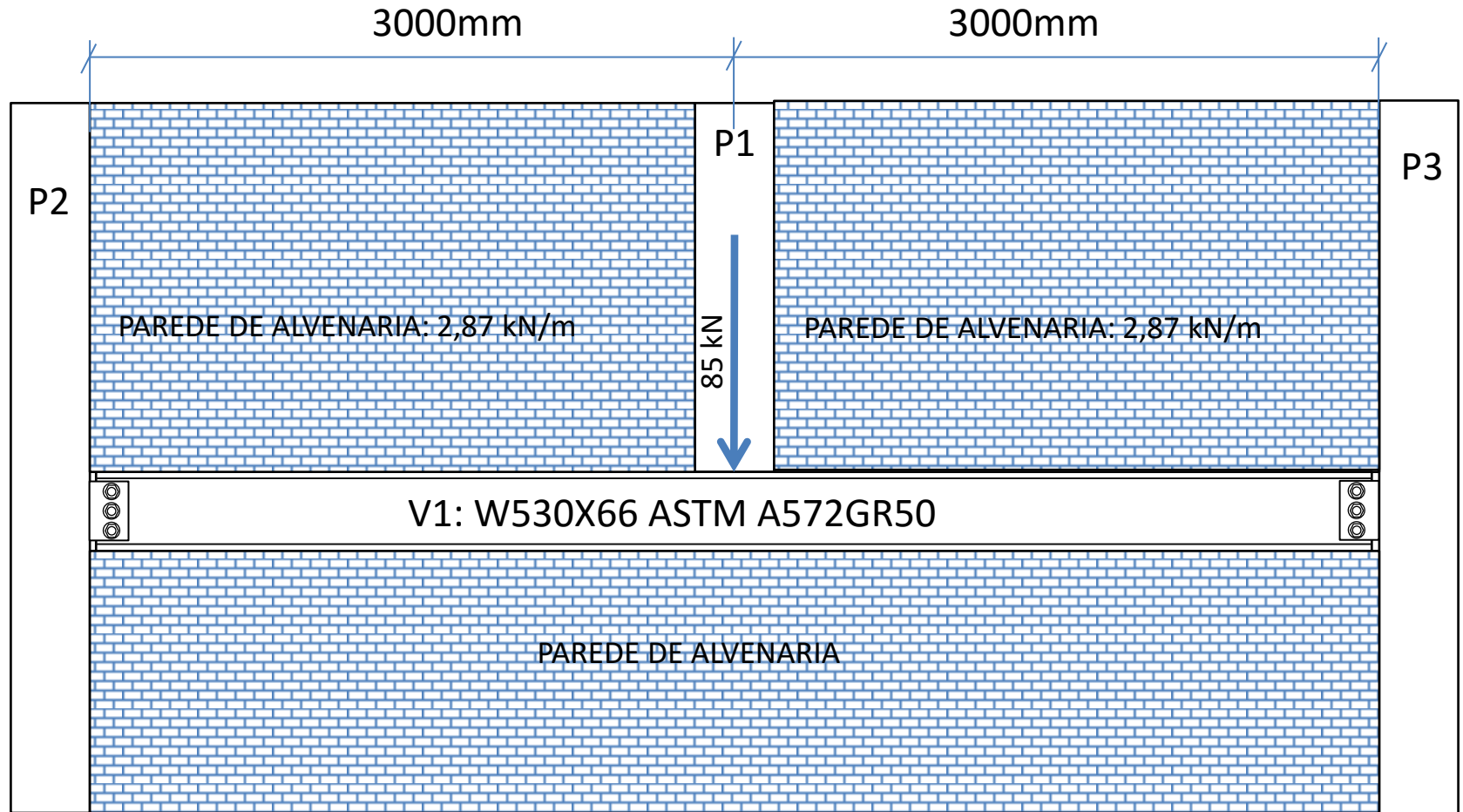
Então podemos utilizar a equação 1:

$$M_{Rd,FLT} = \frac{Z_x \cdot F_y}{1,1} = \frac{736,8 \cdot 34,5}{1,1} = 23108,72 \text{ kN.cm}$$

Como já verificamos FLM e FLA então temos que:

$$MRd = MRd_{FLT} = MRd_{FLA} = MRd_{FLM} = 23108,72 \text{ kN.cm}$$

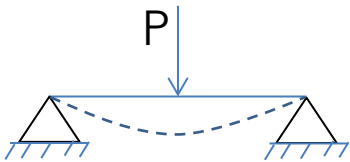
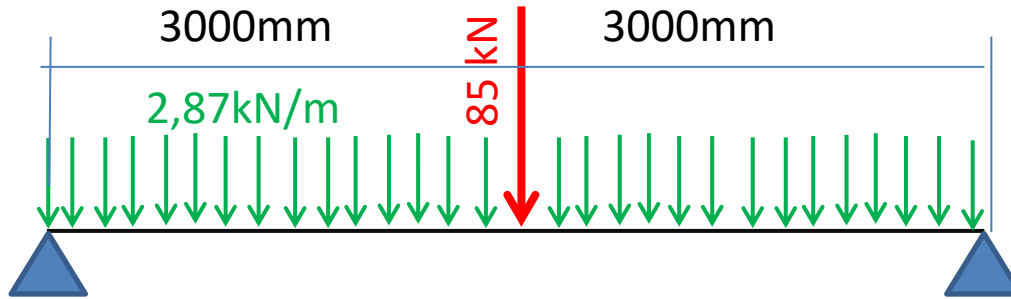
Exercício 4



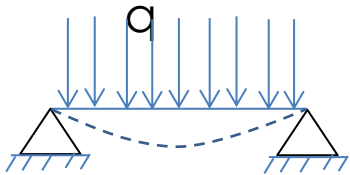
Determine se a bitola da Viga de transição V1 pode ser aprovada relativamente à flexão na situação acima. Assuma ligação articulada entre a viga V1 e os pilares P2 e P3. Assuma também que os pilares P2 e P3 permanecem indeslocáveis durante o carregamento. As cargas já foram devidamente majoradas na combinação mais desfavorável. Desconsidere a possibilidade de contraflecha

Curso de Projeto e Cálculo de Estruturas metálicas

Passo 1 – Criar o diagrama de corpo livre.



$$M_{max} = \frac{P \cdot L}{4} \quad y = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I}$$

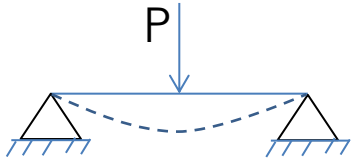


$$M_{max} = \frac{q \cdot L^2}{8} \quad y = \frac{5 \cdot q \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I}$$

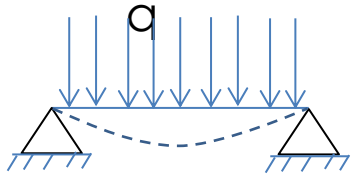
Flecha atuante:

$$y = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_x} + \frac{5 \cdot q \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I_x} + \frac{5 \cdot q_{pp} \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I_x} = \frac{85 \cdot 600^3}{48 \cdot 20500 \cdot 34971} + \frac{5 \cdot 0,0287 \cdot 600^4}{384 \cdot 20500 \cdot 34971} + \frac{5 \cdot 0,0066 \cdot 600^4}{384 \cdot 20500 \cdot 34971} = 0,617 \text{ cm}$$

Passo 2 – VERIFICAR ESTADOS LIMITES ÚLTIMOS (Flexão)



$$M_{max} = \frac{P \cdot L}{4} = \frac{85.600}{4} = 12750 \text{ kN.cm}$$



$$M_{max} = \frac{q \cdot L^2}{8} = \frac{(0,0287 + 0,0066) \cdot 600^2}{8} = 1588,5 \text{ kN.cm}$$

$$M_{Sd} = 14338,5 \text{ kN.cm}$$

Verificação Flambagem Local da Mesa (FLM)

$$\frac{b}{t} = \frac{bf}{2tf} = 7,24 \quad \lambda_p = 0,38 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 0,38 \sqrt{\frac{20500}{34,5}} = 9,26 \rightarrow \text{calcular pela equação a)}$$

$$M_{Rd,FLM} = \frac{M_{pl}}{1,1} = \frac{Z_x \cdot F_y}{1,1} = \frac{1558 \cdot 34,5}{1,1} = 48864,54 \text{ kN.cm}$$

Passo 2 – VERIFICAR ESTADOS LIMITES ÚLTIMOS (Flexão)

Verificação Flambagem Local da Alma (FLA)

$$\frac{h}{tw} = \frac{d'}{tw} = 53,73 \quad \lambda_p = 3,76 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 3,76 \sqrt{\frac{20500}{34,5}} = 91,62 \rightarrow \text{calcular pela equação a)}$$

$$M_{Rd,FLA} = \frac{M_{pl}}{1,1} = \frac{Z_x \cdot F_y}{1,1} = \frac{1558 \cdot 34,5}{1,1} = 48864,54 \text{ kN.cm}$$

Verificação Flambagem Lateral com Torção (FLT)

$$\frac{Lb}{r_y} = \frac{600}{3,20} = 187,5 \quad \lambda_p = 1,76 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 1,76 \sqrt{\frac{20500}{34,5}} = 42,90 \rightarrow \text{calcular } \lambda_r$$

Passo 2 – VERIFICAR ESTADOS LIMITES ÚLTIMOS (Flexão)

As Notas relacionadas à Tabela G.1 são as seguintes:

$$1) \lambda_r = \frac{1,38 \sqrt{I_y J}}{r_y J \beta_1} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{27 C_w \beta_1^2}{I_y}}}$$

$$\beta_1 = \frac{(34,5 - 0,3 \cdot 34,5) \cdot 1558}{20500 \cdot 31,52} = 0,05822$$

$$M_{cr} = \frac{C_b \pi^2 E I_y}{L_b^2} \sqrt{\frac{C_w}{I_y} \left(1 + 0,039 \frac{J L_b^2}{C_w} \right)}$$

onde:

$$\beta_1 = \frac{(f_y - \sigma_r) W}{E J}$$

$$C_w = \frac{I_y (d - t_f)^2}{4}, \text{ para seções I}$$

$$C_w = \frac{t_f (b_f - 0,5 t_w)^3 (d - t_f)^2}{12} \left[\frac{3(b_f - 0,5 t_w) t_f + 2(d - t_f) t_w}{6(b_f - 0,5 t_w) t_f + (d - t_f) t_w} \right], \text{ para seções U}$$

$$\lambda_r = \frac{1,38 \cdot \sqrt{857 \cdot 31,52}}{3,09 \cdot 31,52 \cdot 0,05822} \cdot \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{27 \cdot 562854 \cdot 0,05822^2}{857}}} = 118,77 \rightarrow \text{calcular } M_{cr}$$

$$M_{cr} = \frac{1 \cdot \pi^2 \cdot 20500 \cdot 857}{600^2} \cdot \sqrt{\frac{562854}{857} \cdot \left(1 + 0,039 \cdot \frac{31,52 \cdot 600^2}{562854} \right)} = 16947,18 \text{ kN.cm} - \text{Eq. C}$$

$$M_{Rd,FLT} = \frac{M_{cr}}{1,1} = \frac{16947,18}{1,1} = 14997,44 \text{ kN.cm} > 14338,5 \text{ kNcm} \quad \text{VIGA APROVADA QUANTO À FLEXÃO SIMPLES}$$