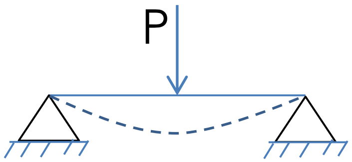
Resolução
Cálculo de flechas em vigas bi articuladas

Problema

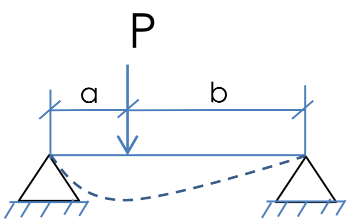

VOCÊ SABE DIZER QUAL A FLECHA MÁXIMA DESSA BARRA?
3t
250cm
250cm
PERFIL: W310X21 – AÇO ASTM A572GR50
Dados: $I_x = 3776cm^4$
Módulo de Elasticidade E=20500 kN/cm²
Resolução no link

Barras Flexionadas:

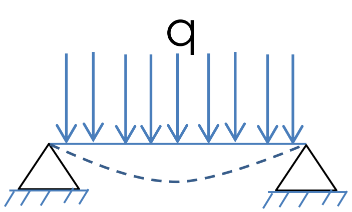
Fórmulas de Flexão e flechas em barras simples



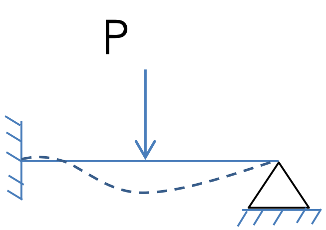
$$Mmax = \frac{P.L}{4} \qquad y = \frac{P.L^3}{48.E.I}$$



$$Mmax = \frac{P.a.b}{L} \qquad y = \frac{P.a^2.b^2}{3.E.I}$$



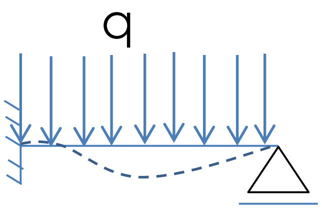
$$Mmax = \frac{q.L^2}{8} \qquad y = \frac{5.q.L^4}{384.E.I}$$



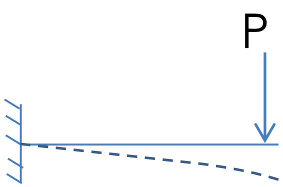
$$Mmax = \frac{3.P.L}{16} \qquad y = \frac{7.P.L^3}{768.E.I}$$

Barras Flexionadas:

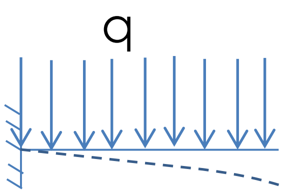
Fórmulas de Flexão e flechas em barras simples



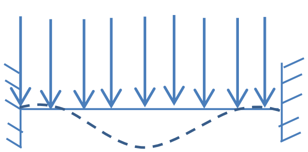
$$Mmax = \frac{q.L^2}{8} \qquad y = \frac{q.L^4}{185.E.I}$$



$$Mmax = P.L \qquad y = \frac{P.L^3}{3.E.I}$$

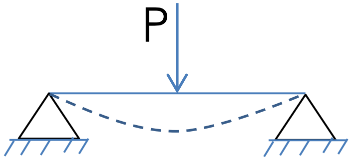


$$Mmax = \frac{P.L^{\,2}}{2} \qquad y = \frac{P.L^4}{8.E.I}$$

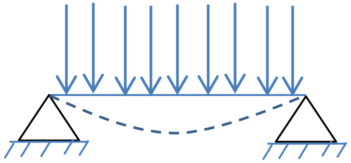


$$Mmax = \frac{P.L^{\,2}}{12} \qquad y = \frac{q.L^4}{384.E.I}$$

Resolução



$$Mmax = \frac{P.L}{4} \qquad y = \frac{P.L^3}{48.E.I} = \frac{30.500^3}{48.20500.3776} = 1{,}009cm$$

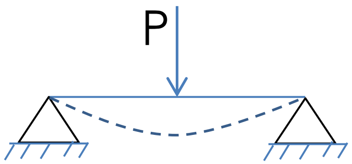


$$Mmax = \frac{q.L^2}{8} \qquad y = \frac{5.q.L^4}{384.E.I} = \frac{5.0{,}0021.500^4}{384.20500.3776} = 0{,}022cm$$

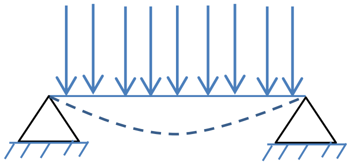
$$ftotal = 1{,}009 + 0{,}022 = 1{,}03cm$$

Resolução

Admitindo que a carga pontual de 3t seja composta por 1,2t de Cargas Permanentes e 1,8t de Sobrecarga de uso e ocupação



$$Mmax = \frac{P.L}{4} = \frac{(1,4.12 + 1,5.18).500}{4} = 5475\ kN.cm$$



$$Mmax = \frac{q.L^2}{8} = \frac{1,25\ .0,0021.500^2}{8} = 82,03\ kN.cm$$

$$Msd = 5475 + 82,03 = 5557,03\ kN.cm$$

Resolução

Tabela G.1 — Parâmetros referentes ao momento fletor resistente

Tipo de seção e eixo de flexão	Estados-limites aplicáveis	M_r	M_{cr}	λ	λ_p	λ_r
Seções I e H com dois eixos de simetria e seções U não sujeitas a momento de torção, fletidas em relação ao eixo de maior momento de inércia	FLT	$(f_y - \sigma_r)W$ Ver Nota 5	Ver Nota 1	$\frac{L_b}{r_y}$	$1{,}76\sqrt{\frac{E}{f_y}}$	Ver Nota 1
	FLM	$(f_y - \sigma_r)W$ Ver Nota 5	Ver Nota 6	b/t Ver Nota 8	$0{,}38\sqrt{\frac{E}{f_y}}$	Ver Nota 6
	FLA	$f_y\, W$	Viga de alma esbelta (Anexo H)	$\frac{h}{t_w}$	$3{,}76\sqrt{\frac{E}{f_y}}$	$5{,}70\sqrt{\frac{E}{f_y}}$
Seções I e H com apenas um eixo de simetria situado no plano médio da alma, fletidas em relação ao eixo de maior momento de inércia (ver Nota 9)	FLT	$(f_y - \sigma_r)W_c \le f_y\, W_t$ Ver Nota 5	Ver Nota 2	$\frac{L_b}{r_{yc}}$	$1{,}76\sqrt{\frac{E}{f_y}}$	Ver Nota 2
	FLM	$(f_y - \sigma_r)W_c$ Ver Nota 5	Ver Nota 6	b/t Ver Nota 8	$0{,}38\sqrt{\frac{E}{f_y}}$	Ver Nota 6
	FLA	$f_y\, W$	Viga de alma esbelta (Anexo H)	$\frac{h_c}{t_w}$	$\frac{\frac{h_c}{h_p}\sqrt{\frac{E}{f_y}}}{\left(0{,}54\frac{M_{p\ell}}{M_r}-0{,}09\right)^2} \le \lambda_r$	$5{,}70\sqrt{\frac{E}{f_y}}$
Seções I e H com dois eixos de simetria e seções U fletidas em relação ao eixo de menor momento de inércia	FLM Ver Nota 3	$(f_y - \sigma_r)W$	Ver Nota 6	b/t Ver Nota 8	$0{,}38\sqrt{\frac{E}{f_y}}$	Ver Nota 6
	FLA Ver Nota 3	$f_y\, W_{ef}$ Ver Nota 4	$\frac{W_{ef}^2}{W} f_y$ Ver Nota 4	$\frac{h}{t_w}$	$1{,}12\sqrt{\frac{E}{f_y}}$	$1{,}40\sqrt{\frac{E}{f_y}}$
Seções sólidas retangulares fletidas em relação ao eixo de maior momento de inércia	FLT	$f_y\, W$	$\frac{2{,}00\, C_b\, E}{\lambda}\sqrt{JA}$	$\frac{L_b}{r_y}$	$\frac{0{,}13\, E}{M_{p\ell}}\sqrt{JA}$	$\frac{2{,}00\, E}{M_r}\sqrt{JA}$
Seções-caixão e tubulares retangulares, duplamente simétricas, fletidas em relação a um dos eixos de simetria que seja paralelo a dois lados	FLT Ver Nota 7	$(f_y - \sigma_r)W$ Ver Nota 5	$\frac{2{,}00\, C_b\, E}{\lambda}\sqrt{JA}$	$\frac{L_b}{r_y}$	$\frac{0{,}13\, E}{M_{p\ell}}\sqrt{JA}$	$\frac{2{,}00\, E}{M_r}\sqrt{JA}$
	FLM	$f_y\, W_{ef}$ Ver Nota 4	$\frac{W_{ef}^2}{W} f_y$ Ver Nota 4	b/t Ver Nota 8	$1{,}12\sqrt{\frac{E}{f_y}}$	$1{,}40\sqrt{\frac{E}{f_y}}$
	FLA	$f_y\, W$	-	$\frac{h}{t_w}$	Ver Nota 10	$5{,}70\sqrt{\frac{E}{f_y}}$

Para cada estado Limite:

Passo 1: Calcular λ

Passo 2: Comparar λ com λp e λr

Para FLT:

a) $M_{Rd} = \frac{M_{p\ell}}{\gamma_{a1}}$, para $\lambda \le \lambda_p$

$$M_{pl} = Z.Fy$$

b) $M_{Rd} = \frac{C_b}{\gamma_{a1}}\left[M_{p\ell} - (M_{p\ell} - M_r)\frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p}\right] \le \frac{M_{p\ell}}{\gamma_{a1}}$, para $\lambda_p < \lambda \le \lambda_r$

c) $M_{Rd} = \frac{M_{cr}}{\gamma_{a1}} \le \frac{M_{p\ell}}{\gamma_{a1}}$, para $\lambda > \lambda_r$

Para FLM e FLA:

a) $M_{Rd} = \frac{M_{p\ell}}{\gamma_{a1}}$, para $\lambda \le \lambda_p$

b) $M_{Rd} = \frac{1}{\gamma_{a1}}\left[M_{p\ell} - (M_{p\ell} - M_r)\frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p}\right]$, para $\lambda_p < \lambda \le \lambda_r$

c) $M_{Rd} = \frac{M_{cr}}{\gamma_{a1}}$, para $\lambda > \lambda_r$ (não aplicável à FLA - ver Anexo H)

Resolução

PERFIS GERDAU AÇOMINAS

TABELA DE BITOLAS

BITOLA	Massa Linear	d	b_f	ESPESSURA		h	d'	Área	EIXO X - X				EIXO Y - Y				r_t	I_t	ESBELTEZ		C_w	u	BITOLA
mm x kg/m	kg/m	mm	mm	t_w mm	t_f mm	mm	mm	cm^2	I_x cm^4	W_x cm^3	r_x cm	Z_x cm^3	I_y cm^4	W_y cm^3	r_y cm	Z_y cm^3	cm	cm^4	ABA - λ_f $b_f/2t_f$	ALMA - λ_w d'/t_w	cm^6	m^2/m	mm x kg/m
W 150 x 13,0	13,0	148	100	4,3	4,9	138	118	16,6	635	85,8	6,18	96,4	82	16,4	2,22	25,5	2,60	1,72	10,20	27,49	4.181	0,67	W 150 x 13,0
W 150 x 18,0	18,0	153	102	5,8	7,1	139	119	23,4	939	122,8	6,34	139,4	126	24,7	2,32	38,5	2,69	4,34	7,18	20,48	6.683	0,69	W 150 x 18,0
W 150 x 22,5 (H)	22,5	152	152	5,8	6,6	139	119	29,0	1.229	161,7	6,51	179,6	387	50,9	3,65	77,9	4,10	4,75	11,52	20,48	20.417	0,88	W 150 x 22,5 (H)
W 150 x 24,0	24,0	160	102	6,6	10,3	139	115	31,5	1.384	173,0	6,63	197,6	183	35,9	2,41	55,8	2,73	11,08	4,95	17,48	10.206	0,69	W 150 x 24,0
W 150 x 29,8 (H)	29,8	157	153	6,6	9,3	138	118	38,5	1.739	221,5	6,72	247,5	556	72,6	3,80	110,8	4,18	10,95	8,23	17,94	30.277	0,90	W 150 x 29,8 (H)
W 150 x 37,1 (H)	37,1	162	154	8,1	11,6	139	119	47,8	2.244	277,0	6,85	313,5	707	91,8	3,84	140,4	4,22	20,58	6,64	14,67	39.930	0,91	W 150 x 37,1 (H)
W 200 x 15,0	15,0	200	100	4,3	5,2	190	170	19,4	1.305	130,5	8,20	147,9	87	17,4	2,12	27,3	2,55	2,05	9,62	39,44	8.222	0,77	W 200 x 15,0
W 200 x 19,3	19,3	203	102	5,8	6,5	190	170	25,1	1.686	166,1	8,19	190,6	116	22,7	2,14	35,9	2,59	4,02	7,85	29,31	11.098	0,79	W 200 x 19,3
W 200 x 22,5	22,5	206	102	6,2	8,0	190	170	29,0	2.029	197,0	8,37	225,5	142	27,9	2,22	43,9	2,63	6,18	6,38	27,42	13.868	0,79	W 200 x 22,5
W 200 x 26,6	26,6	207	133	5,8	8,4	190	170	34,2	2.611	252,3	8,73	282,3	330	49,6	3,10	76,3	3,54	7,65	7,92	29,34	32.477	0,92	W 200 x 26,6
W 200 x 31,3	31,3	210	134	6,4	10,2	190	170	40,3	3.168	301,7	8,86	338,6	410	61,2	3,19	94,0	3,60	12,59	6,57	26,50	40.822	0,93	W 200 x 31,3
W 200 x 35,9 (H)	35,9	201	165	6,2	10,2	181	161	45,7	3.437	342,0	8,67	379,2	764	92,6	4,09	141,0	4,50	14,51	8,09	25,90	69.502	1,03	W 200 x 35,9 (H)
W 200 x 41,7 (H)	41,7	205	166	7,2	11,8	181	157	53,5	4.114	401,4	8,77	448,6	901	108,5	4,10	165,7	4,53	23,19	7,03	21,86	83.948	1,04	W 200 x 41,7 (H)
W 200 x 46,1 (H)	46,1	203	203	7,2	11,0	181	161	58,6	4.543	447,6	8,81	495,3	1.535	151,2	5,12	229,5	5,58	22,01	9,23	22,36	141.342	1,19	W 200 x 46,1 (H)
W 200 x 52,0 (H)	52,0	206	204	7,9	12,6	181	157	66,9	5.298	514,4	8,90	572,5	1.784	174,9	5,16	265,8	5,61	33,34	8,10	19,85	166.710	1,19	W 200 x 52,0 (H)
HP 200 x 53,0 (H)	53,0	204	207	11,3	11,3	181	161	68,1	4.977	488,0	8,55	551,3	1.673	161,7	4,96	248,6	5,57	31,93	9,16	14,28	155.075	1,20	HP 200 x 53,0 (H)
W 200 x 59,0 (H)	59,0	210	205	9,1	14,2	182	158	76,0	6.140	584,8	8,99	655,9	2.041	199,1	5,18	303,0	5,64	47,69	7,22	17,32	195.418	1,20	W 200 x 59,0 (H)
W 200 x 71,0 (H)	71,0	216	206	10,2	17,4	181	161	91,0	7.660	709,2	9,17	803,2	2.537	246,3	5,28	374,5	5,70	81,66	5,92	15,80	249.976	1,22	W 200 x 71,0 (H)
W 200 x 86,0 (H)	86,0	222	209	13,0	20,6	181	157	110,9	9.498	855,7	9,26	984,2	3.139	300,4	5,32	458,7	5,77	142,19	5,07	12,06	317.844	1,23	W 200 x 86,0 (H)
W 250 x 17,9	17,9	251	101	4,8	5,3	240	220	23,1	2.291	182,6	9,96	211,0	91	18,1	1,99	28,8	2,48	2,54	9,53	45,92	13.735	0,88	W 250 x 17,9
W 250 x 22,3	22,3	254	102	5,8	6,9	240	220	28,9	2.939	231,4	10,09	267,7	123	24,1	2,06	38,4	2,54	4,77	7,39	37,97	18.629	0,89	W 250 x 22,3
W 250 x 25,3	25,3	257	102	6,1	8,4	240	220	32,6	3.473	270,2	10,31	311,1	149	29,3	2,14	46,4	2,58	7,06	6,07	36,10	22.955	0,89	W 250 x 25,3
W 250 x 28,4	28,4	260	102	6,4	10,0	240	220	36,6	4.046	311,2	10,51	357,3	178	34,8	2,20	54,9	2,62	10,34	5,10	34,38	27.636	0,90	W 250 x 28,4
W 250 x 32,7	32,7	258	146	6,1	9,1	240	220	42,1	4.937	382,7	10,83	428,5	473	64,8	3,35	99,7	3,86	10,44	8,02	36,03	73.104	1,07	W 250 x 32,7
W 250 x 38,5	38,5	262	147	6,6	11,2	240	220	49,6	6.057	462,4	11,05	517,8	594	80,8	3,46	124,1	3,93	17,63	6,56	33,27	93.242	1,08	W 250 x 38,5
W 250 x 44,8	44,8	266	148	7,6	13,0	240	220	57,6	7.158	538,2	11,15	606,3	704	95,1	3,50	146,4	3,96	27,14	5,69	28,95	112.398	1,09	W 250 x 44,8
HP 250 x 62,0 (H)	62,0	246	256	10,5	10,7	225	201	79,6	8.728	709,6	10,47	790,5	2.995	234,0	6,13	357,8	6,89	33,46	11,96	19,10	417.130	1,47	HP 250 x 62,0 (H)
W 250 x 73,0 (H)	73,0	253	254	8,6	14,2	225	201	92,7	11.257	889,9	11,02	983,3	3.880	305,5	6,47	463,1	7,01	56,94	8,94	23,33	552.900	1,48	W 250 x 73,0 (H)
W 250 x 80,0 (H)	80,0	256	255	9,4	15,6	225	201	101,9	12.550	980,5	11,10	1.088,7	4.313	338,3	6,51	513,1	7,04	75,02	8,17	21,36	622.878	1,49	W 250 x 80,0 (H)
HP 250 x 85,0 (H)	85,0	254	260	14,4	14,4	225	201	108,5	12.280	966,9	10,64	1.093,2	4.225	325,0	6,24	499,6	7,00	82,07	9,03	13,97	605.403	1,50	HP 250 x 85,0 (H)
W 250 x 89,0 (H)	89,0	260	256	10,7	17,3	225	201	113,9	14.237	1.095,1	11,18	1.224,4	4.841	378,2	6,52	574,3	7,06	102,81	7,40	18,82	712.351	1,50	W 250 x 89,0 (H)
W 250 x 101,0 (H)	101,0	264	257	11,9	19,6	225	201	128,7	16.352	1.238,8	11,27	1.395,0	5.549	431,8	6,57	656,3	7,10	147,70	6,56	16,87	828.031	1,51	W 250 x 101,0 (H)
W 250 x 115,0 (H)	115,0	269	259	13,5	22,1	225	201	146,1	18.920	1.406,7	11,38	1.597,4	6.405	494,6	6,62	752,7	7,16	212,00	5,86	14,87	975.265	1,53	W 250 x 115,0 (H)
W 310 x 21,0	21,0	303	101	5,1	5,7	292	272	27,2	3.776	249,2	11,77	291,9	98	19,5	1,90	31,4	2,42	3,27	8,86	53,25	21.628	0,98	W 310 x 21,0
W 310 x 23,8	23,8	305	101	5,6	6,7	292	272	30,7	4.346	285,0	11,89	333,2	116	22,9	1,94	36,9	2,45	4,65	7,54	48,50	25.594	0,99	W 310 x 23,8
W 310 x 28,3	28,3	309	102	6,0	8,9	291	271	36,5	5.500	356,0	12,28	412,0	158	31,0	2,08	49,4	2,55	8,14	5,73	45,20	35.441	1,00	W 310 x 28,3
W 310 x 32,7	32,7	313	102	6,6	10,8	291	271	42,1	6.570	419,8	12,49	485,3	192	37,6	2,13	59,8	2,58	12,91	4,72	41,12	43.612	1,00	W 310 x 32,7
W 310 x 38,7	38,7	310	165	5,8	9,7	291	271	49,7	8.581	553,6	13,14	615,4	727	88,1	3,82	134,9	4,38	13,20	8,51	46,66	163.728	1,25	W 310 x 38,7
W 310 x 44,5	44,5	313	166	6,6	11,2	291	271	57,2	9.997	638,8	13,22	712,8	855	103,0	3,87	158,0	4,41	19,90	7,41	41,00	194.433	1,26	W 310 x 44,5
W 310 x 52,0	52,0	317	167	7,6	13,2	291	271	67,0	11.909	751,4	13,33	842,5	1.026	122,9	3,91	188,8	4,45	31,81	6,33	35,61	236.422	1,27	W 310 x 52,0
HP 310 x 79,0 (H)	79,0	299	306	11,0	11,0	277	245	100,0	16.316	1.091,3	12,77	1.210,1	5.258	343,7	7,25	525,4	8,20	46,72	13,91	22,27	1.089.258	1,77	HP 310 x 79,0 (H)
HP 310 x 93,0 (H)	93,0	303	308	13,1	13,1	277	245	119,2	19.682	1.299,1	12,85	1.450,3	6.387	414,7	7,32	635,5	8,26	77,33	11,76	18,69	1.340.320	1,78	HP 310 x 93,0 (H)
W 310 x 97,0 (H)	97,0	308	305	9,9	15,4	277	245	123,6	22.284	1.447,0	13,43	1.594,2	7.286	477,8	7,68	725,0	8,38	92,12	9,90	24,77	1.558.682	1,79	W 310 x 97,0 (H)
W 310 x 107,0 (H)	107,0	311	306	10,9	17,0	277	245	136,4	24.839	1.597,3	13,49	1.768,2	8.123	530,9	7,72	806,1	8,41	122,86	9,00	22,48	1.754.271	1,80	W 310 x 107,0 (H)
HP 310 x 110,0 (H)	110,0	308	310	15,4	15,5	277	245	141,0	23.703	1.539,1	12,97	1.730,6	7.707	497,3	7,39	763,7	8,33	125,66	10,00	15,91	1.646.104	1,80	HP 310 x 110,0 (H)
W 310 x 117,0 (H)	117,0	314	307	11,9	18,7	277	245	149,9	27.563	1.755,6	13,56	1.952,6	9.024	587,9	7,76	893,1	8,44	161,61	8,21	20,55	1.965.950	1,80	W 310 x 117,0 (H)

Resolução

Primeira Verificação: Flambagem local da mesa

$$\lambda = \frac{b}{2tf} = 8,81$$

Comparar com:

$$\lambda_p = 0,38\sqrt{\frac{E}{F_y}} = 0,38\sqrt{\frac{20500}{34,5}} = 9,26$$

$M_{Rd,FLM} = \frac{M_{pl}}{1,1} = \frac{Z_x.F_y}{1,1} = \frac{291,9\ .34,5}{1,1} = 9155,05\ kN.cm$ > 5557,03 (Por enquanto OK)

Resolução

Segunda Verificação: Flambagem local da alma

$$\lambda = \frac{t}{tw} = 53{,}25$$

Comparar com:

$$\lambda_p = 3{,}76\sqrt{\frac{E}{F_y}} = 3{,}76\sqrt{\frac{20500}{34{,}5}} = 91{,}65$$

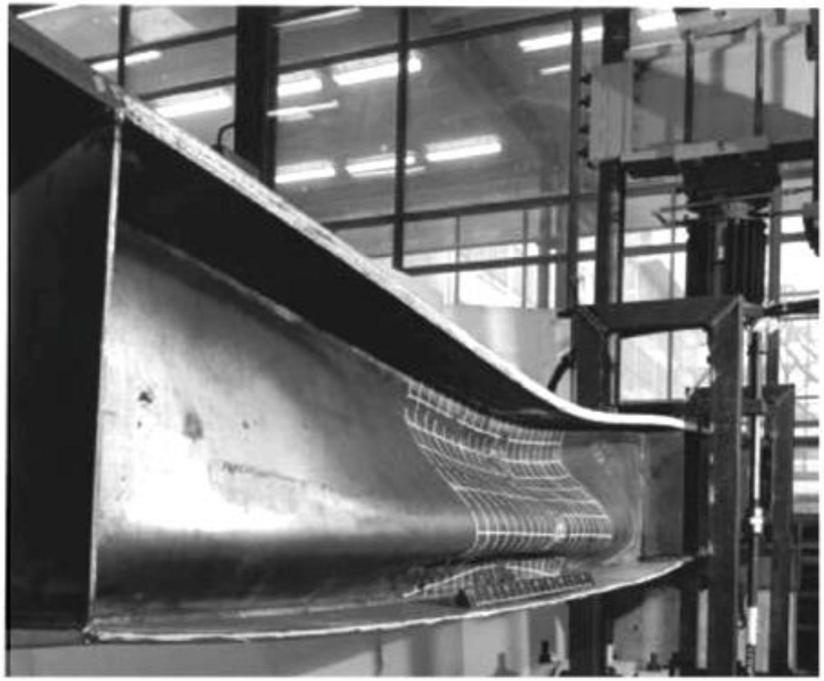


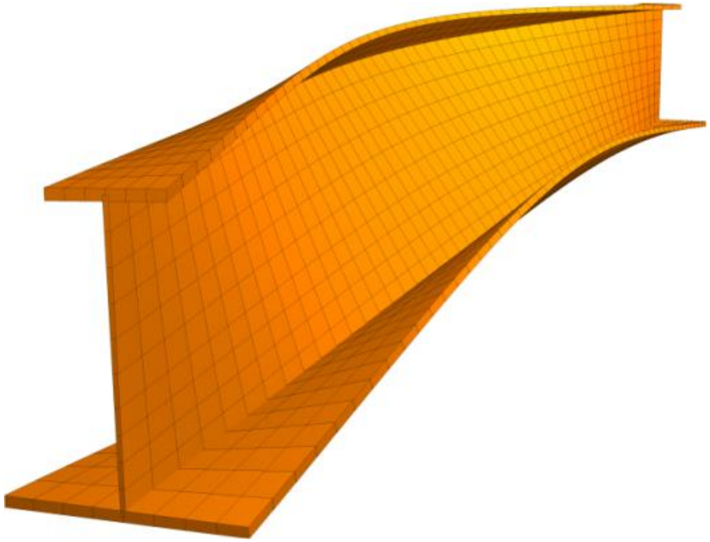
Figure 2. Vertical web buckling.

$M_{Rd,FLA} = \frac{M_{pl}}{1{,}1} = \frac{Z_x.F_y}{1{,}1} = \frac{291{,}9\ .34{,}5}{1{,}1} = 9155{,}05\ kN.cm$ > 5557,03 (Por enquanto OK)

Resolução

Terceira Verificação: Flambagem Lateral com torção

$$\lambda = \frac{Lb}{ry} = \frac{500}{1,90} = 263,15$$



Comparar com:

$$\lambda_p = 1,76\sqrt{\frac{E}{F_y}} = 1,76\sqrt{\frac{20500}{34,5}} = 42,90$$

$$Calcular\text{: } \lambda_r$$

Resolução

Terceira Verificação: Flambagem Lateral com torção

As Notas relacionadas à Tabela G.1 são as seguintes:

1) $\lambda_r = \frac{1{,}38\sqrt{I_y J}}{r_y J \beta_1}\sqrt{1+\sqrt{1+\frac{27 C_w \beta_1^2}{I_y}}}$

$$M_{cr} = \frac{C_b \pi^2 E I_y}{L_b^2}\sqrt{\frac{C_w}{I_y}\left(1+0{,}039\frac{J L_b^2}{C_w}\right)}$$

onde:

$$\beta_1 = \frac{(f_y - \sigma_r)W}{E\,J}$$

$$\beta_1 = \frac{(34{,}5\ - 0{,}3.34{,}5).249{,}2}{20500.3{,}27} = 0{,}089$$

$$\lambda_r = \frac{1{,}38.\sqrt{98.3{,}27}}{1{,}90.3{,}27.0{,}089}.\sqrt{1+\sqrt{1+\frac{27.21628.0{,}089^2}{98}}} = 125{,}90 \rightarrow calcular\ Mcr$$

$$M_{cr} = \frac{1\,.\pi^2\,.20500.98}{500^2}.\sqrt{\frac{21628}{98}.(1+0{,}039.\frac{3{,}27.500^2}{21628})} = 1853\ kN.cm\ - Eq.C$$

Resolução

Terceira Verificação: Flambagem Lateral com torção

$$M_{Rd,FLT} = \frac{M_{cr}}{1,1} = \frac{1853}{1,1} = 1684,54 < 5557,03 \ - \textit{ESSA VIGA NÃO ESTÁ APROVADA}$$

COMO FAZER PASSAR?

$$\lambda = \frac{Lb}{ry} \qquad 42,90 = \frac{500}{ry} \qquad ry = \frac{500}{42,9} \qquad ry = 11,65$$

Não há peça com esse ry na tabela

Se for necessário, partir para perfil composto

$$\lambda = \frac{Lb}{ry} \qquad 42,90 = \frac{Lb}{1,90} \qquad Lb = 1,90\,.\,42,90 = 81,51$$

Travar lateralmente a cada 80 cm