

# Módulo 2

## Revisão de

# Resistência dos

# Materiais

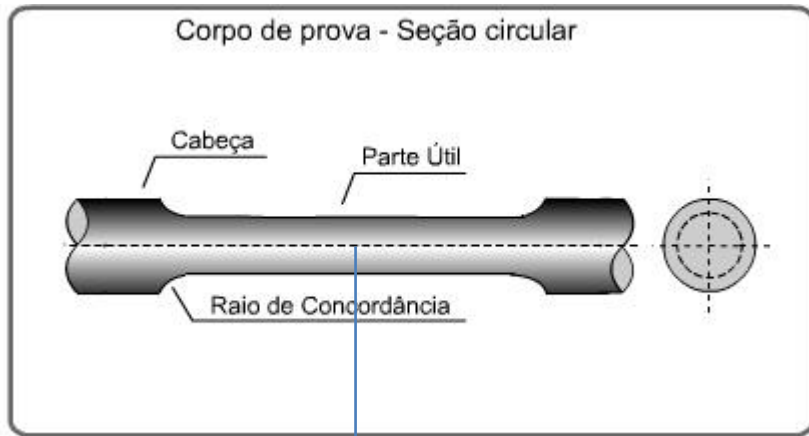
*Curso de Projeto e Cálculo de Estruturas metálicas*

# DEFINIÇÃO DE AÇO:

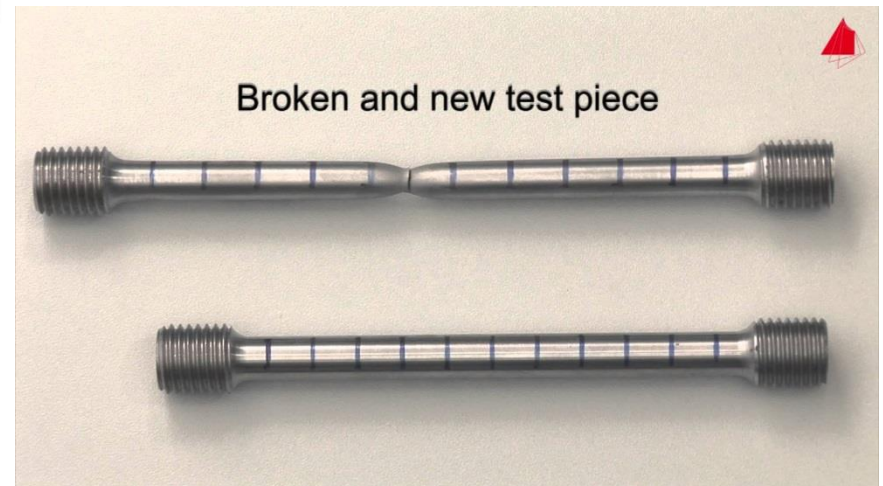
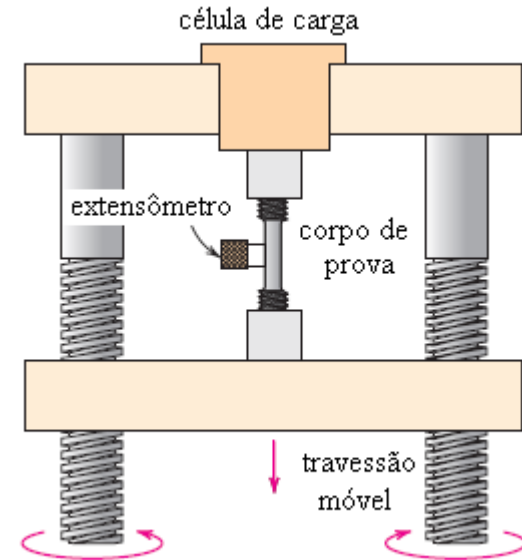
AÇO = LIGA METÁLICA  
COMPOSTA POR

Fe + C (Ferro + Carbono)

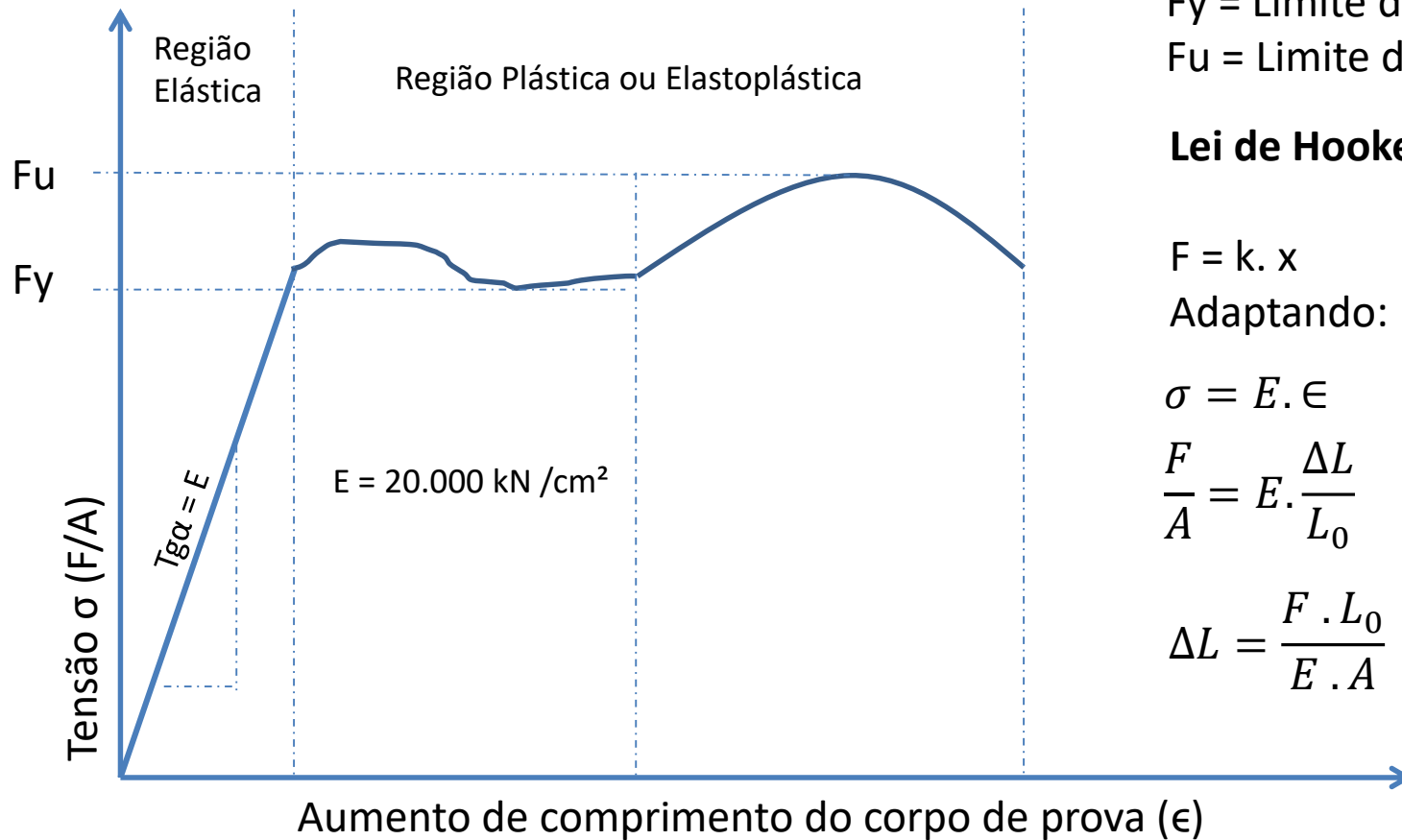
# ENSAIO DE TRAÇÃO:



$$\sigma = \frac{F}{A}$$



# DIAGRAMA TENSÃO X DEFORMAÇÃO:



$F_y$  = Limite de escoamento  
 $F_u$  = Limite de ruptura

**Lei de Hooke:**

$$F = k \cdot x$$

Adaptando:

$$\sigma = E \cdot \epsilon$$

$$\frac{F}{A} = E \cdot \frac{\Delta L}{L_0}$$

$$\Delta L = \frac{F \cdot L_0}{E \cdot A}$$

# Exemplo



Barra redonda Ø 19mm

L = 4000mm



Determine a massa  $x$  em kgf para que a tensão atuante máxima seja 65% do  $F_y$  do aço ASTM A36 ( $F_y = 25 \text{ kN/cm}^2$ ).  
Determine o comprimento final da barra

# Exemplo

## Determinação da Carga estática

$$\sigma_{max} = 0,65 \cdot F_y \rightarrow \frac{P}{A} = 0,65 \cdot F_y \rightarrow \frac{P}{\pi \cdot \frac{1,9^2}{4}} = 0,65 \cdot 25 \rightarrow P = 46,07 \text{ kN (4607 kgf)}$$

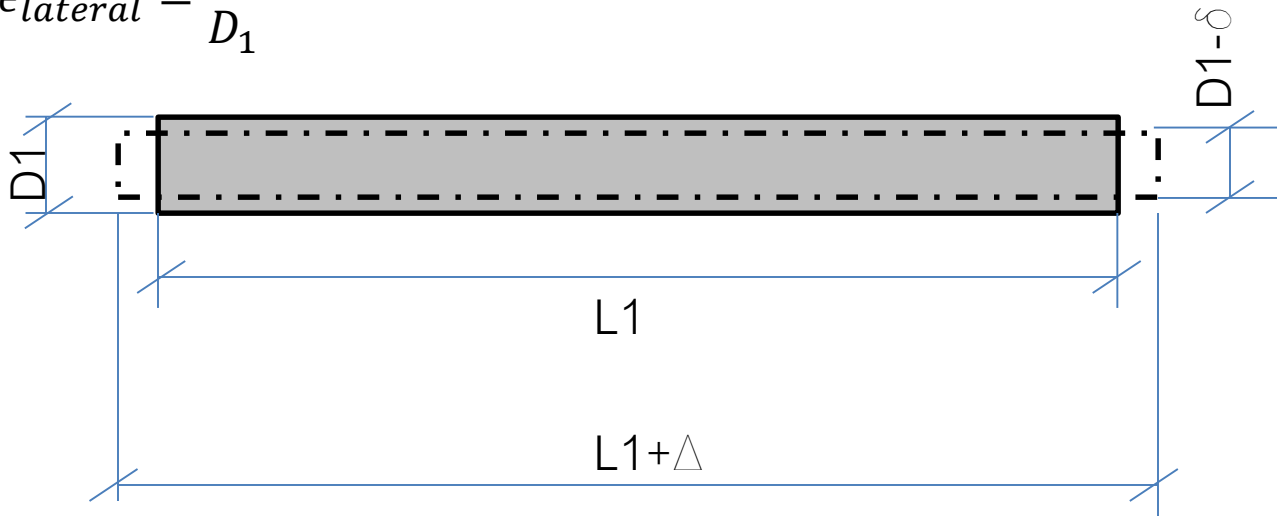
## Determinação do alongamento

$$\Delta L = \frac{P \cdot L_0}{E \cdot A} \rightarrow \frac{46,07 \cdot 400}{20000 \cdot \pi \cdot \frac{1,9^2}{4}} = 0,33 \text{ cm (3,3mm)}$$

# Módulo de elasticidade Transversal (G)

$$\epsilon_{longitudinal} = \frac{\Delta}{L_1}$$

$$\epsilon_{lateral} = \frac{\delta}{D_1}$$



$$\nu = \frac{\epsilon_{lateral}}{\epsilon_{longitudinal}} \text{ (Coeficiente de Poisson)} \quad \text{Para o aço utilizaremos } \nu = 0,3$$

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} \text{ (Coeficiente de Poisson)} \quad \text{Para o aço utilizaremos } \nu = 7700 \text{ kN/cm}^2$$

# TIPOS DE AÇO USADOS NAS ESTRUTURAS:

## AÇOS COMUNS PARA CHAPAS E PERFIS ESTRUTURAIIS:

### ASTM

ASTM A36 – Possui  $F_y = 36 \text{ ksi (kilo-libra/pol}^2) \sim 25 \text{ kN/cm}^2$   
 $F_u = 40 \text{ kN/cm}^2$

Aço comum usado em chapas e perfis estruturais

### ABNT

#### EB-583

MR250	$F_y = 25 \text{ kN/cm}^2$	$F_u = 40 \text{ kN/cm}^2$
MR290	$F_y = 29 \text{ kN/cm}^2$	$F_u = 41,5 \text{ kN/cm}^2$
MR345	$F_y = 34,5 \text{ kN/cm}^2$	$F_u = 45 \text{ kN/cm}^2$



## **AÇOS DE ALTA RESISTÊNCIA MECÂNICA PARA PERFIS ESTRUTURAIS:**

### **ASTM**

ASTM A572 – Perfis laminados Açominas

GRAU 42 –  $F_y = 29 \text{ kN/cm}^2$        $F_u = 41,5 \text{ kN/cm}^2$

GRAU 50 -  $F_y = 34,5 \text{ kN/cm}^2$        $F_u = 45 \text{ kN/cm}^2$

## **AÇOS DE ALTA RESISTÊNCIA À CORROSÃO ATMOSFÉRICA:**

ASTM A242      2x mais resistente à corrosão atmosférica

Grupos 1 e 2:  $F_y = 34,5 \text{ kN/cm}^2$        $F_u = 48 \text{ kN/cm}^2$

Grupo 3:       $F_y = 31,5 \text{ kN/cm}^2$        $F_u = 46 \text{ kN/cm}^2$

ASTM A588:  $F_y = 34,5 \text{ kN/cm}^2$        $F_u = 48,5 \text{ kN/cm}^2$       4X mais resistente à corrosão atmosférica

# TIPOS DE AÇO:

ELEMENTO QUÍMICO	ASTM A36 (PERFIS)	ASTM A572 (GRAU 50)	ASTM A588 (GRAU B)	ASTM A242 (CHAPAS)
% C máx.	0,26	0,23	0,20	0,15
% Mn	... (1)	1,35 máx.	0,75-1,35	1,00 máx.
% P máx.	0,04	0,04	0,04	0,15
% S máx.	0,05	0,05	0,05	0,05
% Si	0,40	0,40 máx.3	0,15-0,50	...
% Ni	...	...	0,50 máx.	...
% Cr	...	...	0,40-0,70	...
% Mo	...	...	...	...
% Cu	0,202	...	0,20-0,40	0,20 mín.
% V	...	...	0,01-0,10	...
(% Nb + %V)	...	0,02-0,15	...	...
Limite de escoamento (MPa)	250 mín.	345 mín.	345 mín.	345 mín.
Limite de resistência (MPa)	400-550	450 mín.	485 mín.	480 mín.
Alongamento Após ruptura, % (lo = 200mm)	20 mín.	18 mín.	18 mín.	18 mín.

# PROPRIEDADES DOS AÇOS:

**DUCTILIDADE:** CAPACIDADE DE SE DEFORMAR QUANDO SUBMETIDO A ESFORÇOS (OPOSTO DE FRAGILIDADE)

**RESILIÊNCIA:** CAPACIDADE DE ABSORVER ENERGIA NO REGIME ELÁSTICO (TRANSFORMAR ESFORÇOS EM DEFORMAÇÕES NÃO PERMANENTES)

**DUREZA:** RESISTÊNCIA O RISCOS E ABRASÃO.

**FADIGA:** RESISTÊNCIA A ESFORÇOS REPETITIVOS

PESO ESPECÍFICO:  $7850 \text{ kg/m}^3$  ou

# PROPRIEDADES DOS AÇOS:

Qual o peso por metro linear de um perfil de aço, qualquer, cuja área de seção transversal tenha 35,02 cm<sup>2</sup>

Como regra prática, multiplicamos a área da seção transversal em cm<sup>2</sup> por 0,7850 para encontrar o peso de 1m

$$m = 0,7850 \cdot 35,02 = 27,49 \text{ kg/m}$$



# PERFIS ESTRUTURAIS LAMINADOS

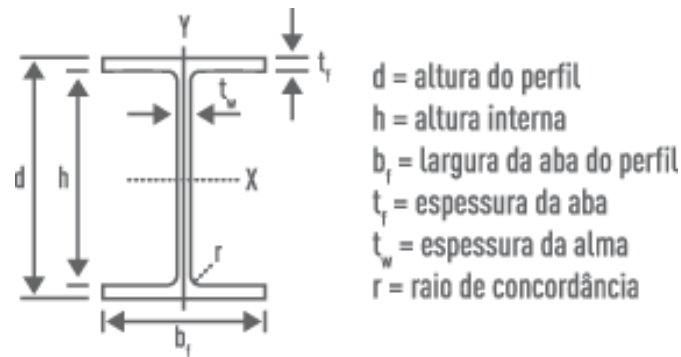
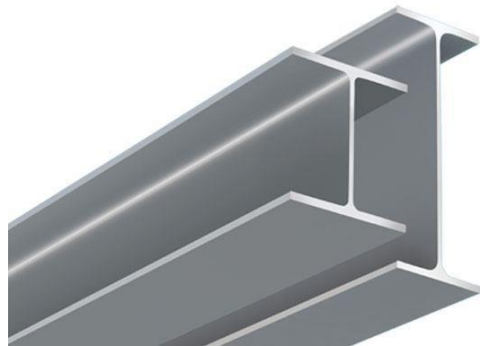
## TABELA DE BITOLAS

BITOLA mm x kg/m	Massa Linear kg/m	d mm	b <sub>1</sub> mm	ESPESSURA		h mm	d' mm	Área cm <sup>2</sup>	EIXO X - X				EIXO Y - Y				ESBELTEZ		C <sub>w</sub> cm <sup>4</sup>	u m <sup>2</sup> /m	BITOLA in x lb/ft		
				t <sub>1</sub> mm	t <sub>2</sub> mm				I <sub>x</sub> cm <sup>4</sup>	W <sub>x</sub> cm <sup>3</sup>	r <sub>x</sub> cm	Z <sub>x</sub> cm <sup>3</sup>	I <sub>y</sub> cm <sup>4</sup>	W <sub>y</sub> cm <sup>3</sup>	r <sub>y</sub> cm	Z <sub>y</sub> cm <sup>3</sup>	r <sub>t</sub> cm	I <sub>t</sub> cm <sup>4</sup>				MESA-λ <sub>1</sub> b <sub>1</sub> /2t <sub>1</sub>	ALMA-λ <sub>2</sub> d'/t <sub>w</sub>
W 150 x 13,0	13,0	148	100	4,3	4,9	138	118	16,6	635	85,8	6,18	96,4	82	16,4	2,22	25,5	2,60	1,72	10,20	27,49	4,181	0,67	W 6 x 8,5
W 150 x 18,0	18,0	153	102	5,8	7,1	139	119	23,4	939	122,8	6,34	139,4	126	24,7	2,32	38,5	2,69	4,34	7,18	20,48	6,683	0,69	W 6 x 12
W 150 x 22,5 (H)	22,5	152	152	5,8	6,6	139	119	29,0	1229	161,7	6,51	179,6	387	50,9	3,65	77,9	4,10	4,75	11,52	20,48	20,417	0,88	W 6 x 15
W 150 x 24,0	24,0	160	102	6,6	10,3	139	115	31,5	1384	173,0	6,63	197,6	183	35,9	2,41	55,8	2,73	11,08	4,95	17,48	10,206	0,69	W 6 x 16
W 150 x 29,8 (H)	29,8	157	153	6,6	9,3	138	118	38,5	1739	221,5	6,72	247,5	556	72,6	3,80	110,8	4,18	10,95	8,23	17,94	30,277	0,90	W 6 x 20
W 150 x 37,1 (H)	37,1	162	154	8,1	11,6	139	119	47,8	2244	277,0	6,85	313,5	707	91,8	3,84	140,4	4,22	20,58	6,64	14,67	39,930	0,91	W 6 x 25
W 200 x 15,0	15,0	200	100	4,3	5,2	190	170	19,4	1305	130,5	8,20	147,9	87	17,4	2,12	27,3	2,55	2,05	9,62	39,44	8,222	0,77	W 8 x 10
W 200 x 19,3	19,3	203	102	5,8	6,5	190	170	25,1	1686	166,1	8,19	190,6	116	22,7	2,14	35,9	2,59	4,02	7,85	29,31	11,098	0,79	W 8 x 13
W 200 x 22,5	22,5	206	102	6,2	8,0	190	170	29,0	2029	197,0	8,37	225,5	142	27,9	2,22	43,9	2,63	6,18	6,38	27,42	13,868	0,79	W 8 x 15
W 200 x 26,6	26,6	207	133	5,8	8,4	190	170	34,2	2611	252,3	8,73	282,3	330	49,6	3,10	76,3	3,54	7,65	7,92	29,34	32,477	0,92	W 8 x 18
W 200 x 31,3	31,3	210	134	6,4	10,2	190	170	40,3	3168	301,7	8,86	338,6	410	61,2	3,19	94,0	3,60	12,59	6,57	26,50	40,822	0,93	W 8 x 21
W 200 x 35,9 (H)	35,9	201	165	6,2	10,2	181	161	45,7	3437	342,0	8,67	379,2	764	92,6	4,09	141,0	4,50	14,51	8,09	25,90	69,502	1,03	W 8 x 24
W 200 x 41,7 (H)	41,7	205	166	7,2	11,8	181	157	53,5	4114	401,4	8,77	448,6	901	108,5	4,10	165,7	4,53	23,19	7,03	21,86	83,948	1,04	W 8 x 28
W 200 x 46,1 (H)	46,1	203	203	7,2	11,0	181	161	58,6	4543	447,6	8,81	495,3	1535	151,2	5,12	229,5	5,58	22,01	9,23	22,36	141,342	1,19	W 8 x 31
W 200 x 52,0 (H)	52,0	206	204	7,9	12,6	181	157	66,9	5298	514,4	8,90	572,5	1784	174,9	5,16	265,8	5,61	33,34	8,10	19,85	166,710	1,19	W 8 x 35
HP 200 x 53,0 (H)	53,0	204	207	11,3	11,3	181	161	68,1	4977	488,0	8,55	551,3	1673	161,7	4,96	248,6	5,57	31,93	9,16	14,28	155,075	1,20	HP 8 x 36
W 200 x 59,0 (H)	59,0	210	205	9,1	14,2	182	158	76,0	6140	584,8	8,99	655,9	2041	199,1	5,18	303,0	5,64	47,69	7,22	17,32	195,418	1,20	W 8 x 40
W 200 x 71,0 (H)	71,0	216	206	10,2	17,4	181	161	91,0	7660	709,2	9,17	803,2	2537	246,3	5,28	374,5	5,70	81,66	5,92	15,80	249,976	1,22	W 8 x 48
W 200 x 86,0 (H)	86,0	222	209	13,0	20,6	181	157	110,9	9498	855,7	9,26	984,2	3139	300,4	5,32	458,7	5,77	142,19	5,07	12,06	317,844	1,23	W 8 x 58
W 200 x 100,0 (H)*	100,0	229	210	14,5	23,7	182	158	127,1	11355	991,7	9,45	1152,2	3664	349,0	5,37	533,4	5,80	212,61	4,43	10,87	385,454	1,25	W 8 x 67
W 250 x 17,9	17,9	251	101	4,8	5,3	240	220	23,1	2291	182,6	9,96	211,0	91	18,1	1,99	28,8	2,48	2,54	9,53	45,92	13,735	0,88	W 10 x 12
W 250 x 22,3	22,3	254	102	5,8	6,9	240	220	28,9	2939	231,4	10,09	267,7	123	24,1	2,06	38,4	2,54	4,77	7,39	37,97	18,629	0,89	W 10 x 15
W 250 x 25,3	25,3	257	102	6,1	8,4	240	220	32,6	3473	270,2	10,31	311,1	149	29,3	2,14	46,4	2,58	7,06	6,07	36,10	22,955	0,89	W 10 x 17
W 250 x 28,4	28,4	260	102	6,4	10,0	240	220	36,6	4046	311,2	10,51	357,3	178	34,8	2,20	54,9	2,62	10,34	5,10	34,38	27,636	0,90	W 10 x 19
W 250 x 32,7	32,7	258	146	6,1	9,1	240	220	42,1	4937	382,7	10,83	428,5	473	64,8	3,35	99,7	3,86	10,44	8,02	36,03	73,104	1,07	W 10 x 22
W 250 x 38,5	38,5	262	147	6,6	11,2	240	220	49,6	6057	462,4	11,05	517,8	594	80,8	3,46	124,1	3,93	17,63	6,56	33,27	93,242	1,08	W 10 x 26
W 250 x 44,8	44,8	266	148	7,6	13,0	240	220	57,6	7158	538,2	11,15	606,3	704	95,1	3,50	146,4	3,96	27,14	5,69	28,95	112,398	1,09	W 10 x 30
HP 250 x 62,0 (H)	62,0	246	256	10,5	10,7	225	201	79,6	8728	709,6	10,47	790,5	2995	234,0	6,13	357,8	6,89	33,46	11,96	19,10	414,130	1,47	HP 10 x 42
W 250 x 73,0 (H)	73,0	253	254	8,6	14,2	225	201	92,7	11257	889,9	11,02	983,3	3880	305,5	6,47	463,1	7,01	56,94	8,94	23,33	552,900	1,48	W 10 x 49
W 250 x 80,0 (H)	80,0	256	255	9,4	15,6	225	201	101,9	12550	980,5	11,10	1088,7	4313	338,3	6,51	513,1	7,04	75,02	8,17	21,36	622,878	1,49	W 10 x 54
HP 250 x 85,0 (H)	85,0	254	260	14,4	14,4	225	201	108,5	12280	966,9	10,64	1093,2	4225	325,0	6,24	499,6	7,00	82,07	9,03	13,97	605,403	1,50	HP 10 x 57
W 250 x 89,0 (H)	89,0	260	256	10,7	17,3	225	201	113,9	14237	1095,1	11,18	1224,4	4841	378,2	6,52	574,3	7,06	102,81	7,40	18,82	712,351	1,50	W 10 x 60
W 250 x 101,0 (H)	101,0	264	257	11,9	19,6	225	201	128,7	16352	1238,8	11,27	1395,0	5549	431,8	6,57	656,3	7,10	147,70	6,56	16,87	828,031	1,51	W 10 x 68
W 250 x 115,0 (H)	115,0	269	259	13,5	22,1	225	201	146,1	18920	1406,7	11,38	1597,4	6405	494,6	6,62	752,7	7,16	212,00	5,86	14,87	975,265	1,53	W 10 x 77
W 250 x 131,0 (H)*	131,0	275	261	15,4	25,1	225	193	167,8	22243	1617,7	11,51	1855,6	7448	570,7	6,66	870,7	7,21	321,06	5,20	12,52	1.161.225	1,54	W 10 x 88
W 250 x 149,0 (H)*	149,0	282	263	17,3	28,4	225	193	190,5	26027	1845,9	11,69	2137,5	8624	655,8	6,73	1001,7	7,27	462,06	4,63	11,17	1.384.436	1,55	W 10 x 100
W 250 x 167,0 (H)*	167,0	289	265	19,2	31,8	225	193	214,0	30110	2083,7	11,86	2435,3	9880	745,7	6,79	1140,2	7,33	644,95	4,17	10,07	1.631.156	1,57	W 10 x 112

Curso de Projeto e Cálculo de Estruturas metálicas

# PERFIS ESTRUTURAIS LAMINADOS

I e H Laminados de abas paralelas.



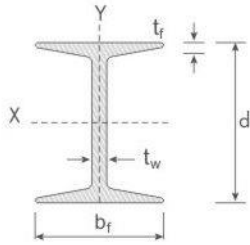
**Codificação:**

**W150X13,0** – Perfil I ~150mm de altura e 13 kg por metro linear (bom para Vigas e Momentos unidirecionais)

**W200X46,1 (H)** – Perfil H ~200mm de altura e largura x 46,1 kg/metro (melhor para pilares e peças sujeitas à compressão e à flexão bi-direcional)

**HP310X79,0** – Perfil da série Pesada, com 310mm de altura e 79kg/m (também recomenda-se seu uso em pilares de alta compressão)

# PERFIS ESTRUTURAIS LAMINADOS

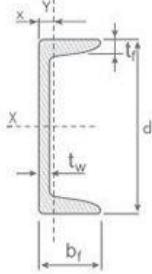


## I Laminado de Abas inclinadas (Padrão Americano)

Perfil	Dimensões (mm)					A	EIXO X-X				EIXO Y-Y			P	
	h	bf	tf	tw	d	cm <sup>2</sup>	I <sub>x</sub>	W <sub>x</sub>	R <sub>x</sub>	Z <sub>x</sub>	I <sub>y</sub>	W <sub>y</sub>	R <sub>y</sub>	Z	Kg/m
3"x8.5	76.2	69.2	6.6	4.32	63.0	10.8	105	27.6	3.12	32.0	18.9	6.41	1.33	10.7	8.5
3"x9.7	76.2	61.2	6.6	6.38	63.0	12.3	112	29.6	3.02	.	21.3	6.95	1.31	.	9.7
3"x11.2	76.2	63.7	6.6	8.86	63.0	14.2	121	32.0	2.93	38.7	24.4	7.67	1.31	13.5	11.2
4"x11.4	101.6	67.6	7.4	4.83	86.8	14.5	252	49.7	4.17	.	31.7	9.37	1.48	.	11.4
4"x12.7	101.6	69.2	7.4	6.43	86.6	16.1	266	52.4	4.06	.	34.3	9.91	1.46	.	12.7
4"x14.1	101.6	71.0	7.4	8.28	86.8	18.0	283	55.6	3.96	.	37.6	10.6	1.45	.	14.1
4"x15.6	101.6	72.9	7.4	10.20	86.8	19.9	299	58.9	3.87	.	41.2	11.3	1.44	.	15.6
5"x14.8	127.0	76.2	8.3	5.33	110.4	18.8	511	80.4	5.21	92.9	50.2	13.2	1.63	22.5	14.8
5"x18.2	127.0	79.7	8.3	8.81	110.4	23.2	570	89.8	4.95	.	58.6	14.7	1.59	.	18.2
5"x22.0	127.0	83.4	8.3	12.50	110.4	28.0	634	99.8	4.76	122	69.1	16.6	1.57	30.8	22.0
6"x18.5	152.4	84.6	9.1	5.84	134.2	23.6	919	120.6	6.24	139	75.7	17.9	1.79	30.3	18.5
6"x22.0	152.4	87.5	9.1	8.71	134.2	28.0	1003	131.7	5.99	.	84.9	19.4	1.74	.	22.0
6"x25.7	152.4	90.6	9.1	11.80	134.2	32.7	1095	143.7	5.79	174	96.2	21.2	1.72	38.7	25.7
8"x27.3	203.2	101.6	10.8	6.86	181.6	34.8	2400	236.0	8.30	270	155.1	30.5	2.11	51.8	27.3
8"x30.5	203.2	103.6	10.8	8.86	181.6	38.9	2540	250.0	8.08	.	165.9	32.0	2.07	.	30.5
8"x34.3	203.2	105.9	10.8	11.20	181.6	43.7	2700	266.0	7.86	316	179.4	33.9	2.03	60.3	34.3
8"x38.0	203.2	108.3	10.8	13.50	181.6	48.3	2880	282.0	7.69	.	194.0	35.8	2.00	.	38.0
10"x37.7	254.0	118.4	12.5	7.87	229.0	48.1	5140	405.0	10.30	485	282	47.7	2.42	81.3	37.7
10"x44.7	254.0	121.8	12.5	11.40	229.0	56.9	5610	442.0	9.93	.	312	51.3	2.34	.	44.7
10"x52.1	254.0	125.6	12.5	15.10	229.0	66.4	6120	482.0	9.60	580	348	55.4	2.29	102	52.1
10"x59.6	254.0	129.3	12.5	18.80	229.0	75.9	6630	522.0	9.35	.	389	60.1	2.26	.	59.6
12"x60.6	304.8	133.4	16.7	11.70	271.4	77.3	11330	743.0	12.10	870	563	84.5	2.70	145	60.6
12"x67.0	304.8	136.0	16.7	14.40	271.4	85.4	11960	785.0	11.80	.	603	88.7	2.66	.	67.0
12"x74.4	304.8	139.1	16.7	17.40	271.4	94.8	12690	833.0	11.60	1003	654	94.0	2.63	169	74.4
12"x81.9	304.8	142.2	16.7	20.60	271.4	104.3	13430	881.0	11.30	.	709	99.7	2.61	.	81.9

I 3" – 1ª Alma →  
 I 3" – 2ª Alma →  
 I 3" – 3ª Alma →

# PERFIS ESTRUTURAIS LAMINADOS



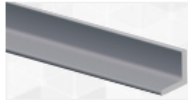
## U Laminado de Abas inclinadas (Padrão Americano)

h x peso	h	hg,c,tf	to	to	b	Área	h/btf	Ix	Wx	ix	Iy	Wy	iy	xg
pol X kg/m	mm	mm	pol	mm	mm	cm <sup>2</sup>	1/cm	cm <sup>4</sup>	cm <sup>2</sup>	cm	cm <sup>4</sup>	cm <sup>2</sup>	cm	cm
3"x 6,1	76,2	62,4	170	4,32	35,8	7,78	3,06	68,9	18,1	2,98	8,2	3,32	1,03	1,11
3"x 7,4	76,2	15,9	258	6,55	38,0	9,48	2,89	77,2	20,3	2,85	10,3	3,82	1,04	1,11
3"x 8,9	76,2	6,9	356	0,04	40,5	11,4	2,71	86,3	22,7	2,75	12,7	4,39	1,06	1,16
4"x 8,0	101,6	86,6	180	4,57	40,1	10,1	3,37	159,5	31,4	3,97	13,1	4,61	1,14	1,16
4"x 9,3	101,6	15,9	247	6,27	41,8	11,9	3,24	174,4	34,3	3,84	15,5	5,10	1,14	1,15
4"x 10,8	101,6	7,5	320	8,13	43,7	13,7	3,10	190,6	37,5	3,73	18,0	5,61	1,15	1,17
6"x 12,2	152,4	135,0	200	5,08	48,8	15,5	3,59	546	71,7	5,94	28,8	8,06	1,36	1,30
6"x 15,6	152,4	19,1	314	7,98	51,7	19,9	3,39	632	82,9	5,63	36,0	9,24	1,34	1,27
6"x 19,4	152,4	8,7	437	11,1	54,8	24,7	3,19	724	95,0	5,42	43,9	10,5	1,33	1,31
6"x 23,1	152,4	-	559	14,2	57,9	29,4	3,03	815	107,0	5,27	52,4	11,9	1,33	1,38
8"x 17,1	203,2	183,4	220	5,59	57,4	21,8	3,57	1356	133,4	7,89	54,9	12,8	1,59	1,45
8"x 20,5	203,2	20,6	303	7,70	59,5	26,1	3,44	1503	147,9	7,60	63,6	14,0	1,56	1,41
8"x 24,2	203,2	9,9	395	10,0	61,8	30,8	3,32	1667	164,0	7,35	72,9	15,3	1,54	1,40
8"x 27,9	203,2	-	487	12,4	64,2	35,6	3,20	1830	180,1	7,17	82,5	16,6	1,52	1,44
8"x 31,6	203,2	-	579	14,7	66,5	40,3	3,09	1990	196,2	7,03	92,6	17,9	1,52	1,49



# PERFIS ESTRUTURAIS LAMINADOS

## Cantoneiras laminadas de abas iguais



Bitola	Peso Teórico Kg/m	Bitola	Peso Teórico Kg/m	Bitola	Peso Teórico Kg/m	Bitola	Peso Teórico Kg/m
1/8 x 1/2"	0,55	3/16 x 1.3/4"	3,15	1/4 x 4"	9,81	3/8 x 6"	22,20
1/8 x 5/8"	0,71	3/16 x 2"	3,63	5/16 x 2"	5,83	1/2 x 3"	13,90
1/8 x 3/4"	0,87	3/16 x 2.1/2"	4,52	5/16 x 2.1/2"	7,44	1/2 x 4"	19,05
1/8 x 7/8"	1,04	3/16 x 3"	5,52	5,16 x 3"	9,07	1/2 x 5"	24,10
1/8 x 1"	1,19	1/4 x 1"	2,29	5/16 x 3.1/2"	10,70	1/2 x 6"	29,20
1/8 x 1.1/4"	1,50	1/4 x 1.1/4"	2,86	5/16 x 4"	12,19	5/8 x 4"	23,42
1/8 x 1.1/2"	1,83	1/4 x 1.1/2"	3,48	3/8 x 2"	6,99	5/8 x 5"	29,80
1/8 x 1.3/4"	2,14	1/4 x 1.3/4"	4,12	3/8 x 2.1/2"	8,78	5/8 x 6"	36,00
1/8 x 2"	2,46	1/4 x 2"	4,75	3/8 x 3"	10,72	5/8 x 8"	48,78
3/16 x 1"	1,73	1/4 x 2.1/2"	6,10	3/8 x 3.1/2"	12,50	3/4 x 5"	35,10
3/16 x 1.1/4"	2,20	1/4 x 3"	7,30	3/8 x 4"	14,58	3/4 x 6"	42,70
3/16 x 1.1/2"	2,68	1/4 x 3.1/2"	8,63	3/8 x 5"	18,30	3/4 x 8"	57,80

Normas: NBR 7007 graus, MR 250 (ASTM A-36) , AR 350 (ASTM A-572 GR50), AR 350COR (ASTM A-572 GR60) e AR 415 (ASTM A-588 GRB)

**Excelente comportamento à tração.**

**Versátil para composição com outros perfis estruturais**

*Curso de Projeto e Cálculo de Estruturas metálicas*

# PERFIS ESTRUTURAIS LAMINADOS

## Barras Chatas (ferro chato)



Bitola	Peso Teórico Kg/m	Bitola	Peso Teórico Kg/m	Bitola	Peso Teórico Kg/m	Bitola	Peso Teórico Kg/m
2,50mm x 1/2"	0,25	1/4 x 1/2"	0,63	3/8 x 1.1/2"	2,85	5/8 x 3.1/2"	11,08
1/8 x 3/8"	0,24	1/4 x 5/8"	0,79	3/8 x 1.3/4"	3,33	5/8 x 4"	12,67
1/8 x 1/2"	0,32	1/4 x 3/4"	0,95	3/8 x 2"	3,80	5/8 x 5"	15,83
1/8 x 5/8"	0,40	1/4 x 7/8"	1,11	3/8 x 2.1/2"	4,75	5/8 x 6"	19,00
1/8 x 3/4"	0,48	1/4 x 1"	1,27	3/8 x 3"	5,70	3/4 x 1"	3,80
1/8 x 7/8"	0,55	1/4 x 1.1/4"	1,58	3/8 x 3.1/2"	6,65	3/4 x 1.1/4"	4,75
1/8 x 1"	0,63	1/4 x 1.1/2"	1,90	3/8 x 4"	7,60	3/4 x 1.1/2"	5,70
1/8 x 1.1/4"	0,79	1/4 x 1.3/4"	2,22	3/8 x 5"	9,50	3/4 x 1.3/4"	6,65
1/8 x 1.1/2"	0,95	1/4 x 2"	2,53	3/8 x 6"	11,40	3/4 x 2"	7,60
1/8 x 1.3/4"	1,11	1/4 x 2.1/2"	3,17	1/2 x 1"	2,53	3/4 x 2.1/2"	9,50
1/8 x 2"	1,27	1/4 x 3"	3,80	1/2 x 1.1/4"	3,17	3/4 x 3"	11,40
1/8 x 2.1/2"	1,59	1/4 x 4"	5,06	1/2 x 1.1/2"	3,80	3/4 x 3.1/2"	13,29
1/8 x 3"	1,90	1/4 x 5"	6,33	1/2 x 1.3/4"	4,43	3/4 x 4"	15,19
1/8 x 4"	2,54	1/4 x 6"	7,60	1/2 x 2"	5,06	3/4 x 5"	18,99
3/16 x 1/2"	0,47	5/16 x 1"	1,58	1/2 x 2.1/2"	6,33	3/4 x 6"	22,79
3/16 x 5/8"	0,59	5/16 x 1.1/4"	1,98	1/2 x 3"	7,60	1 x 1.1/4"	6,33
3/16 x 3/4"	0,71	5/16 x 1.1/2"	2,37	1/2 x 3.1/2"	8,86	1 x 1.1/2"	7,60
3/16 x 7/8"	0,83	5/16 x 1.3/4"	2,77	1/2 x 4"	10,13	1 x 1.3/4"	8,86
3/16 x 1"	0,95	5/16 x 2"	3,17	1/2 x 5"	12,66	1 x 2"	10,13
3/16 x 1.1/4"	1,19	5/16 x 2.1/2"	3,96	1/2 x 6"	15,19	1 x 2.1/2"	12,66
3/16 x 1.1/2"	1,42	5/16 x 3"	4,75	5/8 x 1"	3,17	1 x 3"	15,19
3/16 x 1.3/4"	1,66	5/16 x 3.1/2"	5,54	5/8 x 1.1/4"	3,96	1 x 4"	20,26
3/16 x 2"	1,90	5/16 x 4"	6,33	5/8 x 1.1/2"	4,75	1 x 5"	25,32
3/16 x 2.1/2"	2,37	5/16 x 5"	7,92	5/8 x 1.3/4"	5,54	1 x 6"	30,39
3/16 x 3"	2,85	5/16 x 6"	9,50	5/8 x 2"	6,33		
3/16 x 4"	3,80	3/8 x 1"	1,90	5/8 x 2.1/2"	7,92		
3/16 x 5"	4,75	3/8 x 1.1/4"	2,38	5/8 x 3"	9,50		

**Geralmente usados para acabamento ou enrijecimento de bordas.**

**Também podem ser usados para fabricar chapas de ligação.**

Barras com 6m. Comprimentos diferenciados sob consulta. Normas: NBR 7007 graus, MR 250 (ASTM A-36), SAE 1045 e 5160

*Curso de Projeto e Cálculo de Estruturas metálicas*

# PERFIS ESTRUTURAIS LAMINADOS

## Barra Redonda Laminada



Bitola		Peso teórico kg/m
pol.	mm	
1/4"	6,35	0,25
5/16"	7,94	0,39
3/8"	9,53	0,56
1/2"	12,70	0,99
9/16"	14,29	1,26
5/8"	15,88	1,56
11/16"	17,46	1,88
3/4"	19,05	2,24
7/8"	22,23	3,05
1"	25,40	3,98
1.1/8"	28,58	5,04
1.1/4"	31,75	6,22
1.5/16"	33,34	6,85
1.3/8"	34,93	7,52
1.7/16"	36,51	8,22
1.1/2"	38,10	8,95
1.9/16"	39,69	9,71
1.5/8"	41,28	10,50
1.3/4"	44,45	12,18
1.13/16"	46,04	13,06
1.7/8"	47,63	13,98
2"	50,80	15,91
2.1/16"	52,39	16,92
2.1/8"	53,98	17,96
2.1/4"	57,15	20,14
2.5/16"	58,74	21,28
2.3/8"	60,33	22,43
2.7/16"	61,91	23,63
2.1/2"	63,50	24,86

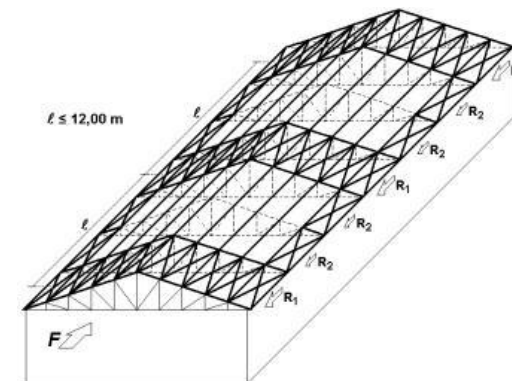
Bitola		Peso teórico kg/m
pol.	mm	
2.9/16"	65,09	26,11
2.5/8"	66,68	27,40
2.3/4"	69,85	30,08
2.7/8"	73,03	32,87
3"	76,20	35,79
3.1/8"	79,38	38,84
3.1/4"	82,55	42,01
3.1/2"	88,90	48,73
3.3/4"	95,25	55,88
4"	101,60	63,58
4.1/4"	107,95	71,78
4.1/2"	114,30	80,47
4.3/4"	120,65	89,66
5"	127,00	99,80
*	130,00	104,17
5.1/4"	133,35	109,50
5.1/2"	139,70	120,20
5.3/4"	146,05	131,40
6"	152,40	143,10
6.1/4"	158,75	155,20
6.1/2"	165,10	167,90
6.3/4"	171,45	181,10
7"	177,80	194,70
7.1/2"	190,50	223,80
8"	203,20	254,60
8.1/2"	215,90	287,40
9"	228,60	322,10
9.1/2"	241,30	359,00
10"	254,00	397,80

Barras com 5 a 7m

Normas: NBR 7007 MR 250 / ASTM A-36, SAE 1020 e SAE 1045

Trabalho somente à tração.

Usado em contraventamentos de coberturas e em alguns casos para contraventar pilares e pórticos.



# PERFIS ESTRUTURAIS LAMINADOS

## Barra Redonda Laminada



Bitola		Peso teórico kg/m
pol.	mm	
1/4"	6,35	0,25
5/16"	7,94	0,39
3/8"	9,53	0,56
1/2"	12,70	0,99
9/16"	14,29	1,26
5/8"	15,88	1,56
11/16"	17,46	1,88
3/4"	19,05	2,24
7/8"	22,23	3,05
1"	25,40	3,98
1.1/8"	28,58	5,04
1.1/4"	31,75	6,22
1.5/16"	33,34	6,85
1.3/8"	34,93	7,52
1.7/16"	36,51	8,22
1.1/2"	38,10	8,95
1.9/16"	39,69	9,71
1.5/8"	41,28	10,50
1.3/4"	44,45	12,18
1.13/16"	46,04	13,06
1.7/8"	47,63	13,98
2"	50,80	15,91
2.1/16"	52,39	16,92
2.1/8"	53,98	17,96
2.1/4"	57,15	20,14
2.5/16"	58,74	21,28
2.3/8"	60,33	22,43
2.7/16"	61,91	23,63
2.1/2"	63,50	24,86

Bitola		Peso teórico kg/m
pol.	mm	
2.9/16"	65,09	26,11
2.5/8"	66,68	27,40
2.3/4"	69,85	30,08
2.7/8"	73,03	32,87
3"	76,20	35,79
3.1/8"	79,38	38,84
3.1/4"	82,55	42,01
3.1/2"	88,90	48,73
3.3/4"	95,25	55,88
4"	101,60	63,58
4.1/4"	107,95	71,78
4.1/2"	114,30	80,47
4.3/4"	120,65	89,66
5"	127,00	99,80
*	130,00	104,17
5.1/4"	133,35	109,50
5.1/2"	139,70	120,20
5.3/4"	146,05	131,40
6"	152,40	143,10
6.1/4"	158,75	155,20
6.1/2"	165,10	167,90
6.3/4"	171,45	181,10
7"	177,80	194,70
7.1/2"	190,50	223,80
8"	203,20	254,60
8.1/2"	215,90	287,40
9"	228,60	322,10
9.1/2"	241,30	359,00
10"	254,00	397,80

**Trabalho somente à tração.**

**Usado em contraventamentos de coberturas e em alguns casos para contraventar pilares e pórticos.**

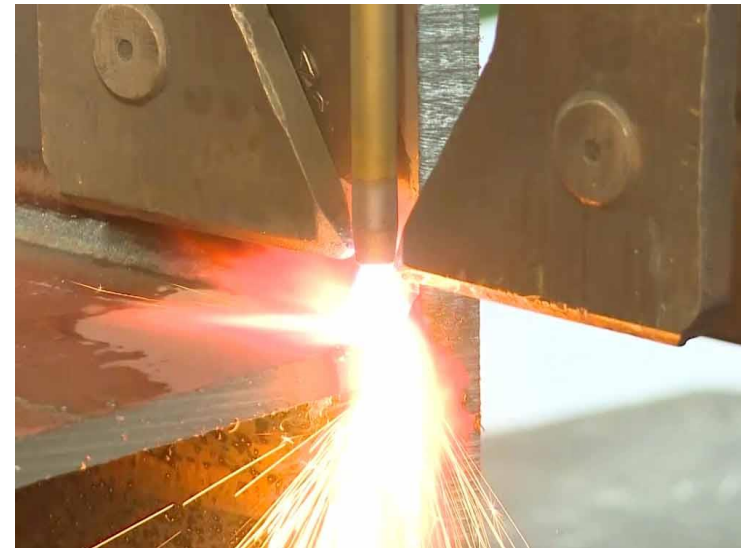
Barras com 5 a 7m

Normas: NBR 7007 MR 250 / ASTM A-36, SAE 1020 e SAE 1045

*Curso de Projeto e Cálculo de Estruturas metálicas*

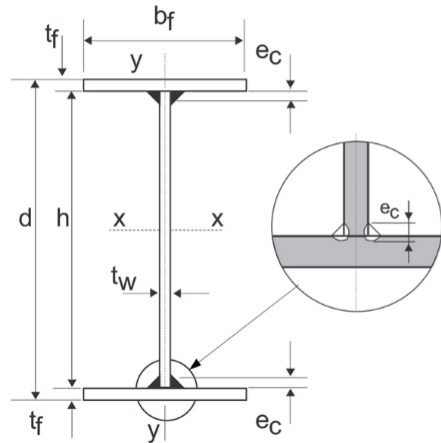


# PERFIS ESTRUTURAIS SOLDADOS



*Curso de Projeto e Cálculo de Estruturas metálicas*

# PERFIS ESTRUTURAIS SOLDADOS



## Abreviaturas e propriedades

$d$  : Altura do Perfil  
 $b_f$  : Largura da Mesa  
 $t_w$  : Espessura da alma  
 $t_f$  : Espessura da mesa  
 $h$  : Altura da alma  
**\* $e_c$**  : Perna efetiva do cordão de solda (dimensão efetiva mínima do filete, compatível com a maior espessura do metal base na junta).  
 $A$  : Área da seção transversal  
 $P$  : Peso do perfil por metro linear, excluindo peso dos filetes de solda.  
 $U$  : Área de pintura por metro linear.  
EIXO  $x-x$  : Linha paralela à mesa, que passa pelo centro de gravidade da seção transversal do perfil  
EIXO  $y-y$  : Linha perpendicular ao eixo  $x-x$  que passa pelo centro de gravidade da seção transversal do perfil.

$I_x$  = Momento de inércia em relação ao eixo  $x-x$   
 $W_x = 2I_x/d$  - Módulo de resistência elástico da seção em relação ao eixo  $x-x$   
 $r_x = \sqrt{I_x/A}$  Raio de giração em relação ao eixo  $x-x$   
 $Z_x$  = Módulo de resistência plástica em relação ao eixo  $x-x$   
 $I_y$  = Momento de inércia em relação ao eixo  $y-y$   
 $W_y = 2I_y/br$  - Módulo de resistência elástico da seção em relação ao eixo  $y-y$   
 $r_y = \sqrt{I_y/A}$  Raio de giração em relação ao eixo  $x-x$   
 $Z_y$  = Módulo de resistência plástica em relação ao eixo  $y-y$   
 $r_T$  = Raio de giração da seção formada pela mesa comprimida mais 1/6 da alma em relação ao eixo  $y-y$   
 $IT = [(h + t_f) \cdot t_w^3 + 2 \cdot b_f \cdot t_f^3]/3$  - Momento de inércia à torção  
\* A resistência dos dois filetes mínimos em alguns perfis não corresponde à resistência máxima da alma ao cisalhamento.

## Tipos:

**CS – Coluna Soldada ( $d/b_f \sim 1$ )**

**VS – Viga Soldada ( $d/b_f \sim 2$ )**

**CVS – Coluna-Viga Soldada ( $d/b_f \sim 1,5$ )**

Podem ser elaborados perfis personalizados, com abas, e almas, nervuras, variação de seção, altura, furação, etc

# PERFIS ESTRUTURAIS DOBRADOS



**CHAMADO PERFIL FORMADO A FRIO OU PFF  
CÁLCULO BASEADO EM NORMA ESPECÍFICA:  
NBR14.762/2010**

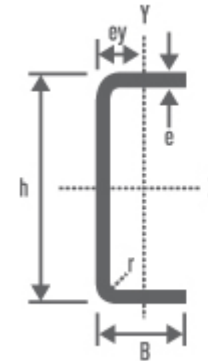
**CHAPAS FINAS: Em geral  $< 5\text{mm}$   
ESPESSURA CONSTANTE  
MAIS LEVES.**

*Curso de Projeto e Cálculo de Estruturas metálicas*

# PERFIS ESTRUTURAIS DOBRADOS

## U DOBRADO SIMPLES

Dimensão			S	P	Jx	Wx	ix	ey	Jy	Wy	iy
h	B	e=r	cm <sup>2</sup>	kg/m	cm <sup>4</sup>	cm <sup>3</sup>	cm	cm	cm <sup>4</sup>	cm <sup>3</sup>	cm
mm	mm	mm									
50	25	2,00	1,75	1,38	6,66	2,60	1,94	0,71	1,07	0,60	0,78
		2,25	2,07	1,62	7,70	3,00	1,92	0,73	1,26	0,71	0,77
		2,65	2,38	1,86	8,66	3,40	1,90	0,75	1,43	0,82	0,77
		3,00	2,67	2,10	9,55	3,80	1,88	0,77	1,59	0,92	0,77
75	38	2,00	2,80	2,20	25,10	6,60	2,99	1,12	4,55	1,58	1,27
		2,25	3,32	2,61	29,43	7,80	2,97	1,14	5,37	1,88	1,27
		2,65	3,84	3,01	33,56	8,90	2,95	1,16	6,15	2,17	1,26
		3,00	4,35	3,41	37,49	9,90	2,93	1,18	6,91	2,45	1,26
100	40	2,00	3,27	2,57	49,01	9,80	3,86	0,97	4,99	1,65	1,23
		2,25	3,89	3,06	57,67	11,50	3,84	0,99	5,89	1,96	1,22
		2,65	4,51	3,54	65,99	13,10	3,82	1,01	6,76	2,26	1,22
		3,00	5,11	4,01	73,99	14,70	3,80	1,03	7,61	2,56	1,22
100	50	2,00	3,65	2,87	58,15	11,60	3,98	1,34	9,24	2,52	1,58
		2,25	4,35	3,41	68,55	13,70	3,96	1,36	10,94	3,00	1,58
		2,65	5,04	3,95	78,60	15,70	3,94	1,38	12,59	3,48	1,58
		3,00	5,71	4,48	88,29	17,60	3,92	1,40	14,20	3,94	1,57
127	50	2,00	4,17	3,27	101,30	15,90	4,92	1,19	9,94	2,61	1,54
		2,25	4,97	3,90	119,60	18,80	4,90	1,20	11,78	3,10	1,53
		2,65	5,76	4,52	137,50	21,60	4,88	1,22	13,57	3,59	1,53
		3,00	6,53	5,13	154,80	24,30	4,86	1,24	15,32	4,08	1,53
150	50	2,00	4,60	3,61	149,90	19,90	5,70	1,08	10,42	2,66	1,50
		2,25	5,49	4,31	177,40	23,60	5,68	1,10	12,35	3,17	1,49
		2,65	6,37	5,00	204,10	27,20	5,65	1,12	14,24	3,67	1,49
		3,00	7,23	5,68	230,10	30,60	5,63	1,13	16,08	4,16	1,49
200	50	2,00	5,55	4,39	299,30	29,90	7,33	0,91	11,20	2,74	1,41
		2,25	6,63	5,20	354,90	35,40	7,31	0,93	13,28	3,26	1,41
		2,65	7,70	6,04	409,30	40,90	7,28	0,95	15,32	3,78	1,41
		3,00	8,75	6,87	462,40	46,20	7,26	0,96	17,31	4,29	1,40
4,75	13,39	10,51	686,20	68,60	7,15	1,04	25,76	6,51	1,38		



S = área de secção

P = peso estimado por metro

Jx = momento de inércia (eixo X)

Wx = módulo de resistência (eixo X)

ix = raio de giro (eixo X)

ey = distância da linha neutra

Jy = momento de inércia (eixo Y)

Wy = módulo de resistência (eixo Y)

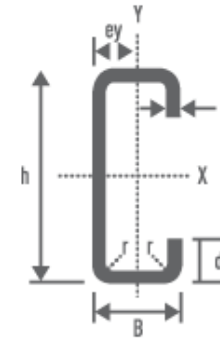
iy = raio de giro (eixo Y)



# PERFIS ESTRUTURAIS DOBRADOS

## U DOBRADO ENRIJECIDO

Dimensão				S	P	Jx	Wx	ix	ey	Jy	Wy	iy
h	B	d	e=r	cm <sup>2</sup>	kg/m	cm <sup>4</sup>	cm <sup>3</sup>	cm	cm	cm <sup>4</sup>	cm <sup>3</sup>	cm
mm	mm	mm	mm									
50	25	10	2,00	2,00	1,57	7,40	2,96	1,92	0,92	1,68	1,06	0,92
			2,25	2,33	1,83	8,40	3,36	1,90	0,92	1,87	1,18	0,90
			2,65	2,64	2,07	9,28	3,71	1,88	0,91	2,02	1,28	0,88
			3,00	2,92	2,30	10,04	4,01	1,85	0,91	2,15	1,35	0,86
75	40	15	2,00	3,23	2,54	28,46	7,59	2,97	1,50	7,43	2,97	1,52
			2,25	3,81	2,99	33,01	8,80	2,94	1,49	8,52	3,40	1,50
			2,65	4,37	3,43	37,25	9,93	2,92	1,49	9,50	3,78	1,48
			3,00	4,90	3,85	41,18	10,98	2,90	1,48	10,38	4,13	1,46
100	50	17	2,00	4,16	3,27	66,05	13,20	3,98	1,78	14,87	4,61	1,89
			2,25	4,93	3,87	77,21	15,44	3,96	1,77	17,21	5,33	1,87
			2,65	5,67	4,45	87,80	17,56	3,94	1,77	19,36	5,99	1,85
			3,00	6,39	5,02	97,83	19,57	3,91	1,76	21,35	6,59	1,83
127	50	17	2,00	4,68	3,67	115,45	18,18	4,97	1,59	16,17	4,74	1,86
			2,25	5,54	4,35	135,33	21,31	4,94	1,59	18,71	5,48	1,84
			2,65	6,39	5,01	154,31	24,30	4,92	1,58	21,07	6,17	1,82
			3,00	7,21	5,66	172,40	27,15	4,89	1,58	23,24	6,79	1,80
150	60	20	2,00	5,61	4,40	195,38	26,05	5,90	1,92	28,36	6,95	2,25
			2,25	6,66	5,23	229,93	30,66	5,88	1,91	33,03	8,08	2,23
			2,65	7,69	6,04	263,19	35,09	5,85	1,91	37,42	9,15	2,21
			3,00	8,70	6,83	295,19	39,36	5,82	1,91	41,53	10,14	2,18
200	75	25	2,65	10,08	7,92	614,20	61,42	7,80	2,32	77,80	15,02	2,78
			3,00	11,44	8,98	691,93	69,19	7,78	2,32	86,90	16,76	2,76
			3,35	12,76	10,02	766,84	76,68	7,75	2,31	95,46	18,40	2,73
			3,75	14,07	11,04	839,21	83,92	7,72	2,31	103,55	19,94	2,71
			4,25	15,35	12,05	909,31	90,93	7,70	2,30	111,20	21,40	2,69
			4,75	17,26	13,55	1012,80	101,28	7,66	2,30	123,17	23,67	2,67

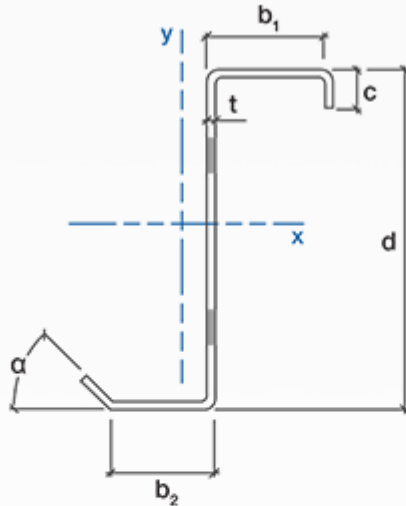


$S$  = área de seção  
 $P$  = peso estimado por metro  
 $J_x$  = momento de inércia (eixo X)  
 $W_x$  = módulo de resistência (eixo X)  
 $i_x$  = raio de giro (eixo X)  
 $e_y$  = distância da linha neutra  
 $J_y$  = momento de inércia (eixo Y)  
 $W_y$  = módulo de resistência (eixo Y)  
 $i_y$  = raio de giro (eixo Y)

# PERFIS ESTRUTURAIS DOBRADOS

## Z DOBRADO ENRIJECIDO

### ■ PERFIS TIPO Z



Altura (d)	100 a 400mm
Mesa Superior (b1)	50 a 100mm
Mesa Inferior (b2)	50 a 100mm
Enrijecedores (c)	18 a 24mm
Espessura (t)	2,00 a 3,65mm
Ângulo Enrijecedor ( $\alpha$ )	55° a 90°

# PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS: MÉTODOS DE OBTENÇÃO:

Método 1 – TABELAS DE PERFIS

Método 2 – Manualmente

Método 3 – Utilizando um software CAD

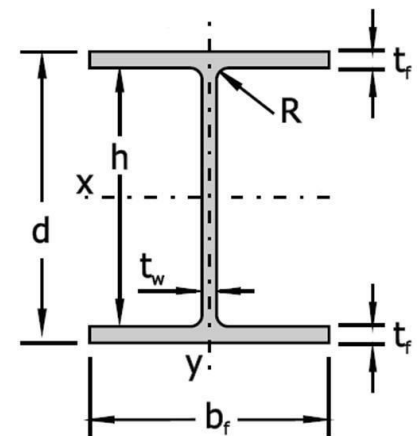
# PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS:

## ÁREA DE SEÇÃO TRANSVERSAL:

Representa a quantidade de material existente num perfil.

Expressos em  $\text{cm}^2$ , geralmente encontra-se em todas as tabelas de perfis.

**IMPORTANTE NO CÁLCULO DE RESISTÊNCIA À TRAÇÃO**

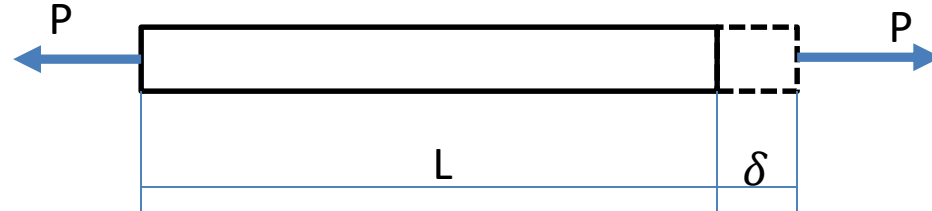


# PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS:

## Alongamento de uma barra qualquer:

Se a tensão de tração for uniformemente distribuída e constante e o material for sempre o mesmo com mesma seção transversal o alongamento de uma barra submetida à tração axial (dentro do regime elástico) se dará por:

$$\delta = \frac{P \cdot L}{E \cdot A}$$

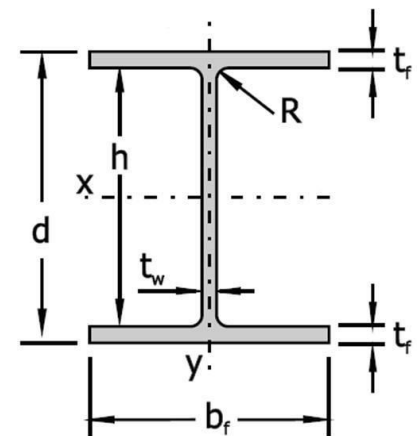


# PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS:

## Centro de Gravidade (CG):

Representa o ponto de convergência das forças gravitacionais numa figura geométrica qualquer.

Importante para extrair outras propriedades



# PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS:

## Momento de inércia $I_x$ e $I_y$

Representa a quantidade de material que se deposita fora do centro de gravidade.

Quanto mais material longe do centro de gravidade, maior o momento de inércia

**IMPORTANTE NO CÁLCULO DE FLECHAS E TENSÕES EM PONTOS ESPECÍFICOS**

*Curso de Projeto e Cálculo de Estruturas metálicas*

# Momento de Inércia

Pela primeira lei de Newton, um corpo tende a permanecer em velocidade constante até que uma força mude sua aceleração linear. Portanto:

$$F = m \cdot a \rightarrow F = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

A mesma lógica se aplica à mudança de velocidade angular

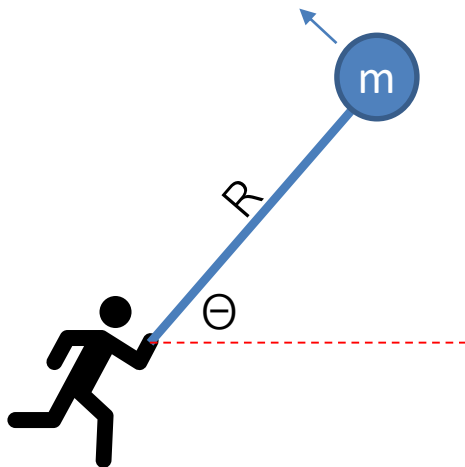
$$V = \omega \cdot R$$

$$F = m \cdot \frac{\Delta(\omega \cdot R)}{\Delta t}$$

$$F \cdot R = m \cdot R^2 \cdot \frac{\Delta(\omega)}{\Delta t}$$

$$M = m \cdot R^2 \cdot \alpha$$

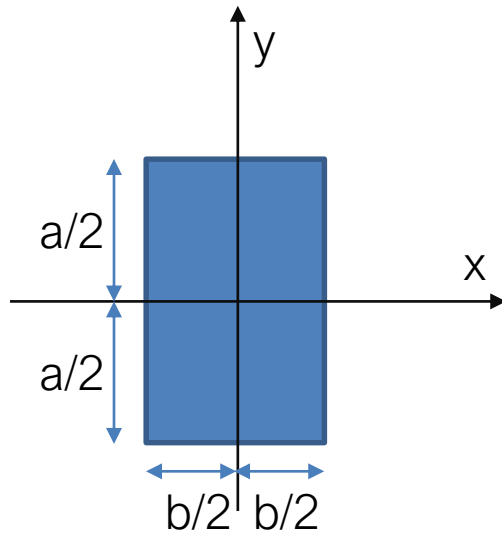
$$M = I \cdot \alpha \quad I = m \cdot R^2$$





# Momento de Inércia

Figuras geométricas planas, podemos expressar o momento de inércia com a seguinte expressão

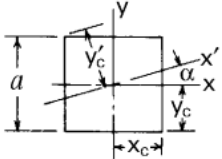
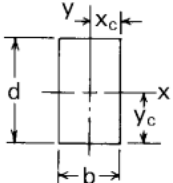
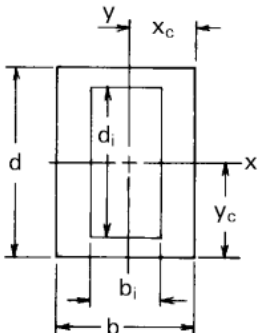


$$I_x = \int y^2 \cdot dA$$

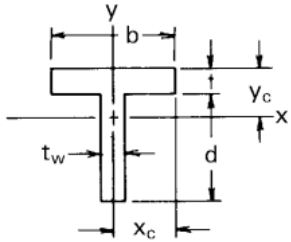
$$I_y = \int x^2 \cdot dA$$

$$I_x = \int y^2 \cdot dA \rightarrow 2 \cdot \int_0^{a/2} b \cdot y^2 dy \rightarrow 2 \cdot b \frac{y^3}{3} = 2 \cdot b \cdot \frac{\left(\frac{a}{2}\right)^3}{3} = 2 \cdot b \cdot \frac{a^3}{8 \cdot 3} = \frac{b \cdot a^3}{12}$$

Do mesmo modo:  $I_y = \frac{a \cdot b^3}{12}$

Form of section	Area and distances from centroid to extremities	Moments and products of inertia and radii of gyration about central axes	Plastic section moduli, shape factors, and locations of plastic neutral axes
<p>1. Square</p> 	$A = a^2$ $y_c = x_c = \frac{a}{2}$ $y'_c = 0.707a \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$	$I_x = I_y = I'_x = \frac{1}{12}a^4$ $r_x = r_y = r'_x = 0.2887a$	$Z_x = Z_y = 0.25a^3$ $SF_x = SF_y = 1.5$
<p>2. Rectangle</p> 	$A = bd$ $y_c = \frac{d}{2}$ $x_c = \frac{b}{2}$	$I_x = \frac{1}{12}bd^3$ $I_y = \frac{1}{12}db^3$ $I_x > I_y \quad \text{if } d > b$ $r_x = 0.2887d$ $r_y = 0.2887b$	$Z_x = 0.25bd^2$ $Z_y = 0.25db^2$ $SF_x = SF_y = 1.5$
<p>3. Hollow rectangle</p> 	$A = bd - b_i d_i$ $y_c = \frac{d}{2}$ $x_c = \frac{b}{2}$	$I_x = \frac{bd^3 - b_i d_i^3}{12}$ $I_y = \frac{db^3 - d_i b_i^3}{12}$ $r_x = \left(\frac{I_x}{A}\right)^{1/2}$ $r_y = \left(\frac{I_y}{A}\right)^{1/2}$	$Z_x = \frac{bd^2 - b_i d_i^2}{4}$ $SF_x = \frac{Z_x d}{2I_x}$ $Z_y = \frac{db^2 - d_i b_i^2}{4}$ $SF_y = \frac{Z_y b}{2I_y}$

4. Tee section



$$A = tb + t_w d$$

$$y_c = \frac{bt^2 + t_w d(2t + d)}{2(tb + t_w d)}$$

$$x_c = \frac{b}{2}$$

$$I_x = \frac{b}{3}(d+t)^3 - \frac{d^3}{3}(b-t_w) - A(d+t-y_c)^2$$

$$I_y = \frac{tb^3}{12} + \frac{dt_w^3}{12}$$

$$r_x = \left(\frac{I_x}{A}\right)^{1/2}$$

$$r_y = \left(\frac{I_y}{A}\right)^{1/2}$$

If  $t_w d \geq bt$ , then

$$Z_x = \frac{d^2 t_w}{4} - \frac{b^2 t^2}{4 t_w} + \frac{bt(d+t)}{2}$$

Neutral axis  $x$  is located a distance  $(bt/t_w + d)/2$  from the bottom.

If  $t_w d \leq bt$ , then

$$Z_x = \frac{t^2 b}{4} + \frac{t_w d(t + d - t_w d/2b)}{2}$$

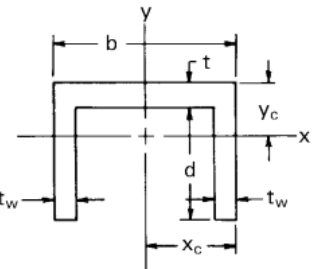
Neutral axis  $x$  is located a distance  $(t_w d/b + t)/2$  from the top.

$$SF_x = \frac{Z_x(d+t-y_c)}{I_x}$$

$$Z_y = \frac{b^2 t + t_w^2 d}{4}$$

$$SF_y = \frac{Z_y b}{2I_y}$$

5. Channel section



$$A = tb + 2t_w d$$

$$y_c = \frac{bt^2 + 2t_w d(2t + d)}{2(tb + 2t_w d)}$$

$$x_c = \frac{b}{2}$$

$$I_x = \frac{b}{3}(d+t)^3 - \frac{d^3}{3}(b-2t_w) - A(d+t-y_c)^2$$

$$I_y = \frac{(d+t)b^3}{12} - \frac{d(b-2t_w)^3}{12}$$

$$r_x = \left(\frac{I_x}{A}\right)^{1/2}$$

$$r_y = \left(\frac{I_y}{A}\right)^{1/2}$$

If  $2t_w d \geq bt$ , then

$$Z_x = \frac{d^2 t_w}{2} - \frac{b^2 t^2}{8 t_w} + \frac{bt(d+t)}{2}$$

Neutral axis  $x$  is located a distance  $(bt/2t_w + d)/2$  from the bottom.

If  $2t_w d \leq bt$ , then

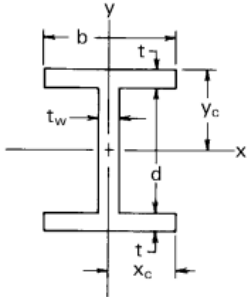
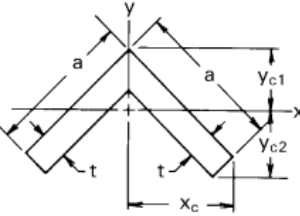
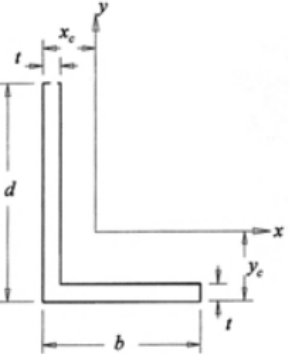
$$Z_x = \frac{t^2 b}{4} + t_w d \left( t + d - \frac{t_w d}{b} \right)$$

Neutral axis  $x$  is located a distance  $t_w d/b + t/2$  from the top.

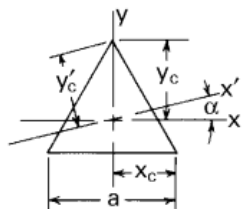
$$SF_x = \frac{Z_x(d+t-y_c)}{I_x}$$

$$Z_y = \frac{b^2 t}{4} + t_w d(b - t_w)$$

$$SF_y = \frac{Z_y b}{2I_y}$$

Form of section	Area and distances from centroid to extremities	Moments and products of inertia and radii of gyration about central axes	Plastic section moduli, shape factors, and locations of plastic neutral axes
<p>6. Wide-flange beam with equal flanges</p> 	$A = 2bt + t_w d$ $y_c = \frac{d}{2} + t$ $x_c = \frac{b}{2}$	$I_x = \frac{b(d+2t)^3}{12} - \frac{(b-t_w)d^3}{12}$ $I_y = \frac{b^3 t}{6} + \frac{t_w^3 d}{12}$ $r_x = \left(\frac{I_x}{A}\right)^{1/2}$ $r_y = \left(\frac{I_y}{A}\right)^{1/2}$	$Z_x = \frac{t_w d^2}{4} + bt(d+t)$ $SF_x = \frac{Z_x y_c}{I_x}$ $Z_y = \frac{b^2 t}{2} + \frac{t_w^2 d}{4}$ $SF_y = \frac{Z_y x_c}{I_y}$
<p>7. Equal-legged angle</p> 	$A = t(2a - t)$ $y_{c1} = \frac{0.7071(a^2 + at - t^2)}{2a - t}$ $y_{c2} = \frac{0.7071a^2}{2a - t}$ $x_c = 0.7071a$	$I_x = \frac{a^4 - b^4}{12} - \frac{0.5ta^2b^2}{a+b}$ $I_y = \frac{a^4 - b^4}{12} \quad \text{where } b = a - t$ $r_x = \left(\frac{I_x}{A}\right)^{1/2}$ $r_y = \left(\frac{I_y}{A}\right)^{1/2}$	<p>Let <math>y_p</math> be the vertical distance from the top corner to the plastic neutral axis. If <math>t/a \geq 0.40</math>, then</p> $y_p = a \left[ \frac{t}{a} - \frac{(t/a)^2}{2} \right]^{1/2}$ $Z_x = A(y_{c1} - 0.6667y_p)$ <p>If <math>t/a \leq 0.4</math>, then</p> $y_p = 0.3536(a + 1.5t)$ $Z_x = Ay_{c1} - 2.8284y_p^2 t + 1.8856t^3$
<p>8. Unequal-legged angle</p> 	$A = t(b + d - t)$ $x_c = \frac{b^2 + dt - t^2}{2(b + d - t)}$ $y_c = \frac{d^2 + bt - t^2}{2(b + d - t)}$	$I_x = \frac{1}{3}[bd^3 - (b-t)(d-t)^3] - A(d-y_c)^2$ $I_y = \frac{1}{3}[db^3 - (d-t)(b-t)^3] - A(b-x_c)^2$ $I_{xy} = \frac{1}{4}[b^2 d^2 - (b-t)^2 (d-t)^2] - A(b-x_c)(d-y_c)$ $r_x = \left(\frac{I_x}{A}\right)^{1/2}$ $r_y = \left(\frac{I_y}{A}\right)^{1/2}$	

9. Equilateral triangle



$$A = 0.4330a^2$$

$$y_c = 0.5774a$$

$$x_c = 0.5000a$$

$$y'_c = 0.5774a \cos \alpha$$

$$I_x = I_y = I_{x'} = 0.01804a^4$$

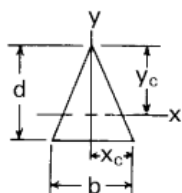
$$r_x = r_y = r_{x'} = 0.2041a$$

$$Z_x = 0.0732a^3, \quad Z_y = 0.0722a^3$$

$$SF_x = 2.343, \quad SF_y = 2.000$$

Neutral axis  $x$  is  $0.2537a$  from the base.

10. Isosceles triangle



$$A = \frac{bd}{2}$$

$$y_c = \frac{2}{3}d$$

$$x_c = \frac{b}{2}$$

$$I_x = \frac{1}{36}bd^3$$

$$I_y = \frac{1}{48}db^3$$

$$I_x > I_y \quad \text{if } d > 0.866b$$

$$r_x = 0.2357d$$

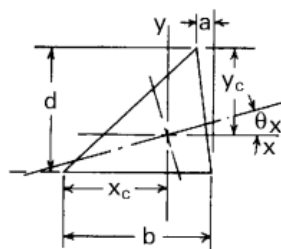
$$r_y = 0.2041b$$

$$Z_x = 0.097bd^2, \quad Z_y = 0.0833db^2$$

$$SF_x = 2.343, \quad SF_y = 2.000$$

Neutral axis  $x$  is  $0.2929d$  from the base.

11. Triangle



$$A = \frac{bd}{2}$$

$$y_c = \frac{2}{3}d$$

$$x_c = \frac{2}{3}b - \frac{1}{3}a$$

$$I_x = \frac{1}{36}bd^3$$

$$I_y = \frac{1}{36}bd(b^2 - ab + a^2)$$

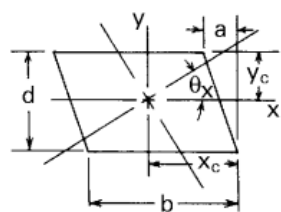
$$I_{xy} = \frac{1}{72}bd^2(b - 2a)$$

$$\theta_x = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{d(b - 2a)}{b^2 - ab + a^2 - d^2}$$

$$r_x = 0.2357d$$

$$r_y = 0.2357\sqrt{b^2 - ab + a^2}$$

12. Parallelogram



$$A = bd$$

$$y_c = \frac{d}{2}$$

$$x_c = \frac{1}{2}(b + a)$$

$$I_x = \frac{1}{12}bd^3$$

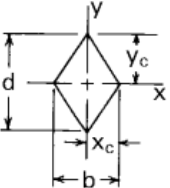
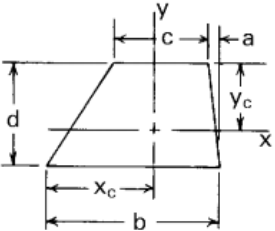
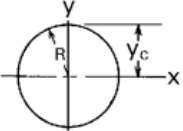
$$I_y = \frac{1}{12}bd(b^2 + a^2)$$

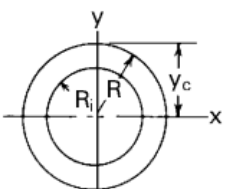
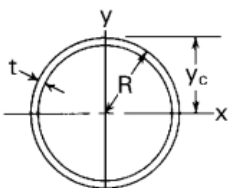
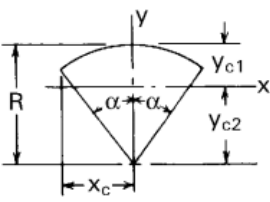
$$I_{xy} = -\frac{1}{12}abd^2$$

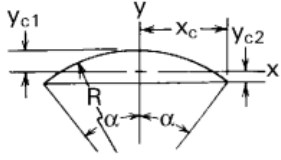
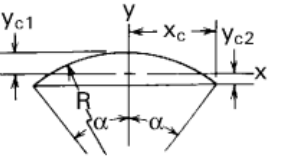
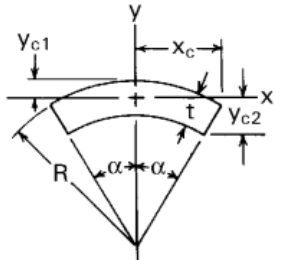
$$\theta_x = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{-2ad}{b^2 + a^2 - d^2}$$

$$r_x = 0.2887d$$

$$r_y = 0.2887\sqrt{b^2 + a^2}$$

Form of section	Area and distances from centroid to extremities	Moments and products of inertia and radii of gyration about central axes	Plastic section moduli, shape factors, and locations of plastic neutral axes
<p>13. Diamond</p> 	$A = \frac{bd}{2}$ $y_c = \frac{d}{2}$ $x_c = \frac{b}{2}$	$I_x = \frac{1}{48}bd^3$ $I_y = \frac{1}{48}db^3$ $r_x = 0.2041d$ $r_y = 0.2041b$	$Z_x = 0.0833bd^2, \quad Z_y = 0.0833db^2$ $SF_x = SF_y = 2.000$
<p>14. Trapezoid</p> 	$A = \frac{d}{2}(b+c)$ $y_c = \frac{d}{3} \frac{2b+c}{b+c}$ $x_c = \frac{2b^2 + 2bc - ab - 2ac - c^2}{3(b+c)}$	$I_x = \frac{d^3}{36} \frac{b^2 + 4bc + c^2}{b+c}$ $I_y = \frac{d}{36(b+c)} [b^4 + c^4 + 2bc(b^2 + c^2) - a(b^3 + 3b^2c - 3bc^2 - c^3) + a^2(b^2 + 4bc + c^2)]$ $I_{xy} = \frac{d^2}{72(b+c)} [c(3b^2 - 3bc - c^2) + b^3 - a(2b^2 + 8bc + 2c^2)]$	
<p>15. Solid circle</p> 	$A = \pi R^2$ $y_c = R$	$I_x = I_y = \frac{\pi}{4}R^4$ $r_x = r_y = \frac{R}{2}$	$Z_x = Z_y = 1.333R^3$ $SF_x = 1.698$

<p>16. Hollow circle</p> 	$A = \pi(R^2 - R_i^2)$ $y_c = R$	$I_x = I_y = \frac{\pi}{4}(R^4 - R_i^4)$ $r_x = r_y = \frac{1}{2}\sqrt{R^2 + R_i^2}$	$Z_x = Z_y = 1.333(R^3 - R_i^3)$ $SF_x = 1.698 \frac{R^4 - R_i^3 R}{R^4 - R_i^4}$
<p>17. Very thin annulus</p> 	$A = 2\pi R t$ $y_c = R$	$I_x = I_y = \pi R^3 t$ $r_x = r_y = 0.707R$	$Z_x = Z_y = 4R^2 t$ $SF_x = SF_y = \frac{4}{\pi}$
<p>18. Sector of solid circle</p> 	$A = \alpha R^2$ $y_{c1} = R \left( 1 - \frac{2 \sin \alpha}{3\alpha} \right)$ $y_{c2} = \frac{2R \sin \alpha}{3\alpha}$ $x_c = R \sin \alpha$	$I_x = \frac{R^4}{4} \left( \alpha + \sin \alpha \cos \alpha - \frac{16 \sin^2 \alpha}{9\alpha} \right)$ $I_y = \frac{R^4}{4} (\alpha - \sin \alpha \cos \alpha)$ <p>(Note: If <math>\alpha</math> is small, <math>\alpha - \sin \alpha \cos \alpha = \frac{2}{3}\alpha^3 - \frac{2}{15}\alpha^5</math>)</p> $r_x = \frac{R}{2} \sqrt{1 + \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\alpha} - \frac{16 \sin^2 \alpha}{9\alpha^2}}$ $r_y = \frac{R}{2} \sqrt{1 - \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\alpha}}$	<p>If <math>\alpha \leq 54.3^\circ</math>, then</p> $Z_x = 0.6667R^3 \left[ \sin \alpha - \left( \frac{\alpha^3}{2 \tan \alpha} \right)^{1/2} \right]$ <p>Neutral axis <math>x</math> is located a distance <math>R(0.5\alpha / \tan \alpha)^{1/2}</math> from the vertex.</p> <p>If <math>\alpha \geq 54.3^\circ</math>, then</p> $Z_x = 0.6667R^3 (2 \sin^3 \alpha_1 - \sin \alpha)$ <p>where the expression <math>2\alpha_1 - \sin 2\alpha_1 = \alpha</math> is solved for the value of <math>\alpha_1</math>.</p> <p>Neutral axis <math>x</math> is located a distance <math>R \cos \alpha_1</math> from the vertex.</p> <p>If <math>\alpha \leq 73.09^\circ</math>, then <math>SF_x = \frac{Z_x y_{c2}}{I_x}</math></p> <p>If <math>73.09^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ</math>, then <math>SF_x = \frac{Z_x y_{c1}}{I_x}</math></p> $Z_y = 0.6667R^3 (1 - \cos \alpha)$ <p>If <math>\alpha \leq 90^\circ</math>, then</p> $SF_y = 2.6667 \sin \alpha \frac{1 - \cos \alpha}{\alpha - \sin \alpha \cos \alpha}$ <p>If <math>\alpha \geq 90^\circ</math>, then</p> $SF_y = 2.6667 \frac{1 - \cos \alpha}{\alpha - \sin \alpha \cos \alpha}$

Form of section	Area and distances from centroid to extremities	Moments and products of inertia and radii of gyration about central axes	Plastic section moduli, shape factors, and locations of plastic neutral axes
<p>19. Segment of solid circle (Note: If <math>\alpha \leq \pi/4</math>, use expressions from case 20)</p> 	$A = R^2(\alpha - \sin \alpha \cos \alpha)$ $y_{c1} = R \left[ 1 - \frac{2 \sin^3 \alpha}{3(\alpha - \sin \alpha \cos \alpha)} \right]$ $y_{c2} = R \left[ \frac{2 \sin^3 \alpha}{3(\alpha - \sin \alpha \cos \alpha)} - \cos \alpha \right]$ $x_c = R \sin \alpha$	$I_x = \frac{R^4}{4} \left[ \alpha - \sin \alpha \cos \alpha + 2 \sin^3 \alpha \cos \alpha - \frac{16 \sin^6 \alpha}{9(\alpha - \sin \alpha \cos \alpha)} \right]$ $I_y = \frac{R^4}{12} (3\alpha - 3 \sin \alpha \cos \alpha - 2 \sin^3 \alpha \cos \alpha)$ $r_x = \frac{R}{2} \sqrt{1 + \frac{2 \sin^3 \alpha \cos \alpha}{\alpha - \sin \alpha \cos \alpha} - \frac{16 \sin^6 \alpha}{9(\alpha - \sin \alpha \cos \alpha)^2}}$ $r_y = \frac{R}{2} \sqrt{1 - \frac{2 \sin^3 \alpha \cos \alpha}{3(\alpha - \sin \alpha \cos \alpha)}}$	
<p>20. Segment of solid circle (Note: Do not use if <math>\alpha &gt; \pi/4</math>)</p> 	$A = \frac{2}{3} R^2 \alpha^3 (1 - 0.2\alpha^2 + 0.019\alpha^4)$ $y_{c1} = 0.3R\alpha^2 (1 - 0.0976\alpha^2 + 0.0028\alpha^4)$ $y_{c2} = 0.2R\alpha^2 (1 - 0.0619\alpha^2 + 0.0027\alpha^4)$ $x_c = R\alpha (1 - 0.1667\alpha^2 + 0.0083\alpha^4)$	$I_x = 0.01143R^4 \alpha^7 (1 - 0.3491\alpha^2 + 0.0450\alpha^4)$ $I_y = 0.1333R^4 \alpha^5 (1 - 0.4762\alpha^2 + 0.1111\alpha^4)$ $r_x = 0.1309R\alpha^2 (1 - 0.0745\alpha^2)$ $r_y = 0.4472R\alpha (1 - 0.1381\alpha^2 + 0.0184\alpha^4)$	
<p>21. Sector of hollow circle</p>  <p>(Note: If <math>t/R</math> is small, <math>\alpha</math> can exceed <math>\pi</math> to form an overlapped annulus)</p>	$A = \alpha t(2R - t)$ $y_{c1} = R \left[ 1 - \frac{2 \sin \alpha}{3\alpha} \left( 1 - \frac{t}{R} + \frac{1}{2 - t/R} \right) \right]$ $y_{c2} = R \left[ \frac{2 \sin \alpha}{3\alpha(2 - t/R)} + \left( 1 - \frac{t}{R} \right) \frac{2 \sin \alpha - 3\alpha \cos \alpha}{3\alpha} \right]$ $x_c = R \sin \alpha$	$I_x = R^3 t \left[ \left( 1 - \frac{3t}{2R} + \frac{t^2}{R^2} - \frac{t^3}{4R^3} \right) \times \left( \alpha + \sin \alpha \cos \alpha - \frac{2 \sin^2 \alpha}{\alpha} \right) + \frac{t^2 \sin^2 \alpha}{3R^2 \alpha (2 - t/R)} \left( 1 - \frac{t}{R} + \frac{t^2}{6R^2} \right) \right]$ $I_y = R^3 t \left( 1 - \frac{3t}{2R} + \frac{t^2}{R^2} - \frac{t^3}{4R^3} \right) (\alpha - \sin \alpha \cos \alpha)$ $r_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}}, \quad r_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}$	

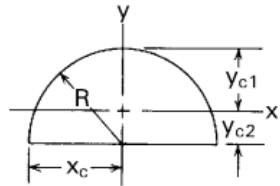


Note: If  $\alpha$  is small:

$$\frac{\sin \alpha}{\alpha} = 1 - \frac{\alpha^2}{6} + \frac{\alpha^4}{120}, \quad \alpha - \sin \alpha \cos \alpha = \frac{2}{3}\alpha^3 \left(1 - \frac{\alpha^2}{5} + \frac{2\alpha^4}{105}\right), \quad \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha} = \alpha \left(1 - \frac{\alpha^2}{3} + \frac{2\alpha^4}{45}\right)$$

$$\cos \alpha = 1 - \frac{\alpha^2}{2} + \frac{\alpha^4}{24}, \quad \alpha + \sin \alpha \cos \alpha - \frac{2 \sin^2 \alpha}{\alpha} = \frac{2\alpha^5}{45} \left(1 - \frac{\alpha^2}{7} + \frac{\alpha^4}{105}\right)$$

22. Solid semicircle



$$A = \frac{\pi}{2}R^2$$

$$y_{c1} = 0.5756R$$

$$y_{c2} = 0.4244R$$

$$x_c = R$$

$$I_x = 0.1098R^4$$

$$I_y = \frac{\pi}{8}R^4$$

$$r_x = 0.2643R$$

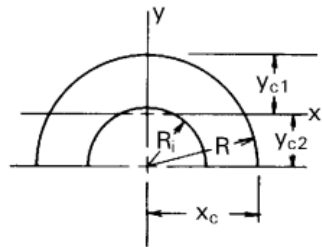
$$r_y = \frac{R}{2}$$

$$Z_x = 0.3540R^3, \quad Z_y = 0.6667R^3$$

$$SF_x = 1.856, \quad SF_y = 1.698$$

Plastic neutral axis  $x$  is located a distance  $0.4040R$  from the base.

23. Hollow semicircle



$$A = \frac{\pi}{2}(R^2 - R_i^2)$$

$$y_{c2} = \frac{4}{3\pi} \frac{R^3 - R_i^3}{R^2 - R_i^2}$$

or

$$y_{c2} = \frac{2b}{\pi} \left[ 1 + \frac{(t/b)^2}{12} \right]$$

$$y_{c1} = R - y_{c2}$$

$$x_c = R$$

$$I_x = \frac{\pi}{8}(R^4 - R_i^4) - \frac{8}{9\pi} \frac{(R^3 - R_i^3)^2}{R^2 - R_i^2}$$

or

$$I_x = 0.2976tb^3 + 0.1805bt^3 - \frac{0.00884t^5}{b}$$

$$I_y = \frac{\pi}{8}(R^4 - R_i^4)$$

or

$$I_y = 1.5708b^3t + 0.3927bt^3$$

Let  $y_p$  be the vertical distance from the bottom to the plastic neutral axis.

$$y_p = (0.7071 - 0.2716C - 0.4299C^2 + 0.3983C^3)R$$

$$Z_x = (0.8284 - 0.9140C + 0.7245C^2$$

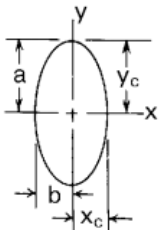
$$- 0.2850C^3)R^2t$$

where  $C = t/R$

$$Z_y = 0.6667(R^3 - R_i^3)$$

Note:  $b = \frac{R + R_i}{2}$   
 $t = R - R_i$

24. Solid ellipse



$$A = \pi ab$$

$$y_c = a$$

$$x_c = b$$

$$I_x = \frac{\pi}{4}ba^3$$

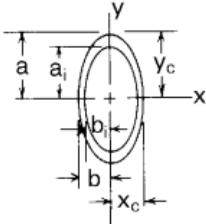
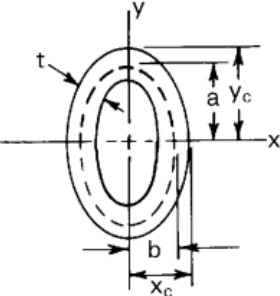
$$I_y = \frac{\pi}{4}ab^3$$

$$r_x = \frac{a}{2}$$

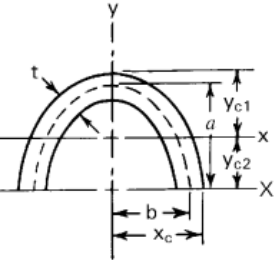
$$r_y = \frac{b}{2}$$

$$Z_x = 1.333a^2b, \quad Z_y = 1.333b^2a$$

$$SF_x = SF_y = 1.698$$

Form of section	Area and distances from centroid to extremities	Moments and products of inertia and radii of gyration about central axes	Plastic section moduli, shape factors, and locations of plastic neutral axes
<p>25. Hollow ellipse</p> 	$A = \pi(ab - a_i b_i)$ $y_c = a$ $x_c = b$	$I_x = \frac{\pi}{4}(ba^3 - b_i a_i^3)$ $I_y = \frac{\pi}{4}(ab^3 - a_i b_i^3)$ $r_x = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{ba^3 - b_i a_i^3}{ab - a_i b_i}}$ $r_y = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{ab^3 - a_i b_i^3}{ab - a_i b_i}}$	$Z_x = 1.333(a^2 b - a_i^2 b_i)$ $Z_y = 1.333(b^2 a - b_i^2 a_i)$ $SF_x = 1.698 \frac{a^3 b - a_i^3 b_i a}{a^3 b - a_i^3 b_i}$ $SF_y = 1.698 \frac{b^3 a - b_i^3 a_i b}{b^3 a - b_i^3 a_i}$
<p>Note: For this case the inner and outer perimeters are both ellipses and the wall thickness is not constant. For a cross section with a constant wall thickness see case 26.</p>			
<p>26. Hollow ellipse with constant wall thickness <math>t</math>. The midthickness perimeter is an ellipse (shown dashed). <math>0.2 &lt; a/b &lt; 5</math></p>  <p>See the note on maximum wall thickness in case 27.</p>	$A = \pi t(a+b) \left[ 1 + K_1 \left( \frac{a-b}{a+b} \right)^2 \right]$ <p>where</p> $K_1 = 0.2464 + 0.002222 \left( \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right)$ $y_c = a + \frac{t}{2}$ $x_c = b + \frac{t}{2}$	$I_x = \frac{\pi}{4} t a^2 (a+3b) \left[ 1 + K_2 \left( \frac{a-b}{a+b} \right)^2 \right]$ $+ \frac{\pi}{16} t^3 (3a+b) \left[ 1 + K_3 \left( \frac{a-b}{a+b} \right)^2 \right]$ <p>where</p> $K_2 = 0.1349 + 0.1279 \frac{a}{b} - 0.01284 \left( \frac{a}{b} \right)^2$ $K_3 = 0.1349 + 0.1279 \frac{b}{a} - 0.01284 \left( \frac{b}{a} \right)^2$ <p>For <math>I_y</math> interchange <math>a</math> and <math>b</math> in the expressions for <math>I_x</math>, <math>K_2</math>, and <math>K_3</math></p>	$Z_x = 1.3333 t a (a+2b) \left[ 1 + K_4 \left( \frac{a-b}{a+b} \right)^2 \right] + \frac{t^3}{3}$ <p>where</p> $K_4 = 0.1835 + 0.895 \frac{a}{b} - 0.00978 \left( \frac{a}{b} \right)^2$ <p>For <math>Z_y</math> interchange <math>a</math> and <math>b</math> in the expression for <math>Z_x</math> and <math>K_4</math>.</p>

27. Hollow semiellipse with constant wall thickness  $t$ . The midthickness perimeter is an ellipse (shown dashed).  $0.2 < a/b < 5$



Note: There is a limit on the maximum wall thickness allowed in this case. Cusps will form in the perimeter at the ends of the major axis if this maximum is exceeded.

$$\text{If } \frac{a}{b} \leq 1, \text{ then } t_{\max} = \frac{2a^2}{b}$$

$$\text{If } \frac{a}{b} \geq 1, \text{ then } t_{\max} = \frac{2b^2}{a}$$

$$A = \frac{\pi}{2}t(a+b) \left[ 1 + K_1 \left( \frac{a-b}{a+b} \right)^2 \right]$$

where

$$K_1 = 0.2464 + 0.002222 \left( \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right)$$

$$y_{c2} = \frac{2a}{\pi}K_2 + \frac{t^2}{6\pi a}K_3$$

where

$$K_2 = 1 - 0.3314C + 0.0136C^2 + 0.1097C^3$$

$$K_3 = 1 + 0.9929C - 0.2287C^2 - 0.2193C^3$$

$$\text{Using } C = \frac{a-b}{a+b}$$

$$y_{c1} = a + \frac{t}{2} - y_{c2}$$

$$x_c = b + \frac{t}{2}$$

$$I_X = \frac{\pi}{8}ta^2(a+3b) \left[ 1 + K_4 \left( \frac{a-b}{a+b} \right)^2 \right] + \frac{\pi}{32}t^3(3a+b) \left[ 1 + K_5 \left( \frac{a-b}{a+b} \right)^2 \right]$$

where

$$K_4 = 0.1349 + 0.1279 \frac{a}{b} - 0.01284 \left( \frac{a}{b} \right)^2$$

$$K_5 = 0.1349 + 0.1279 \frac{b}{a} - 0.01284 \left( \frac{b}{a} \right)^2$$

$$I_x = I_X - Ay_{c2}^2$$

For  $I_y$  use one-half the value for  $I_y$  in case 26.

Let  $y_p$  be the vertical distance from the bottom to the plastic neutral axis.

$$y_p = \left[ C_1 + \frac{C_2}{a/b} + \frac{C_3}{(a/b)^2} + \frac{C_4}{(a/b)^3} \right] a$$

where if  $0.25 < a/b \leq 1$ , then

$$C_1 = 0.5067 - 0.5588D + 1.3820D^2$$

$$C_2 = 0.3731 + 0.1938D - 1.4078D^2$$

$$C_3 = -0.1400 + 0.0179D + 0.4885D^2$$

$$C_4 = 0.0170 - 0.0079D - 0.0565D^2$$

or if  $1 \leq a/b < 4$ , then

$$C_1 = 0.4829 + 0.0725D - 0.1815D^2$$

$$C_2 = 0.1957 - 0.6608D + 1.4222D^2$$

$$C_3 = 0.0203 + 1.8999D - 3.4356D^2$$

$$C_4 = 0.0578 - 1.6666D + 2.6012D^2$$

where  $D = t/t_{\max}$  and where  $0.2 < D \leq 1$

$$Z_x = \left[ C_5 + \frac{C_6}{a/b} + \frac{C_7}{(a/b)^2} + \frac{C_8}{(a/b)^3} \right] 4a^2t$$

where if  $0.25 < a/b \leq 1$ , then

$$C_5 = -0.0292 + 0.3749D^{1/2} + 0.0578D$$

$$C_6 = 0.3674 - 0.8531D^{1/2} + 0.3882D$$

$$C_7 = -0.1218 + 0.3563D^{1/2} - 0.1803D$$

$$C_8 = 0.0154 - 0.0448D^{1/2} + 0.0233D$$

or if  $1 \leq a/b < 4$ , then

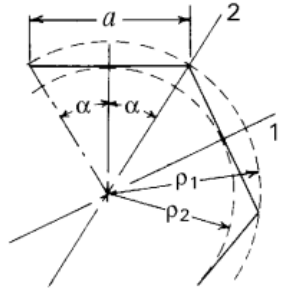
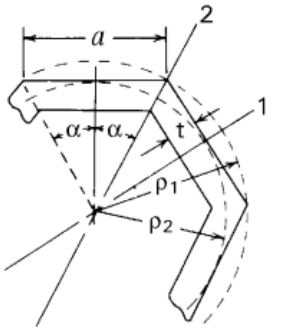
$$C_5 = 0.2241 - 0.3922D^{1/2} + 0.2960D$$

$$C_6 = -0.6637 + 2.7357D^{1/2} - 2.0482D$$

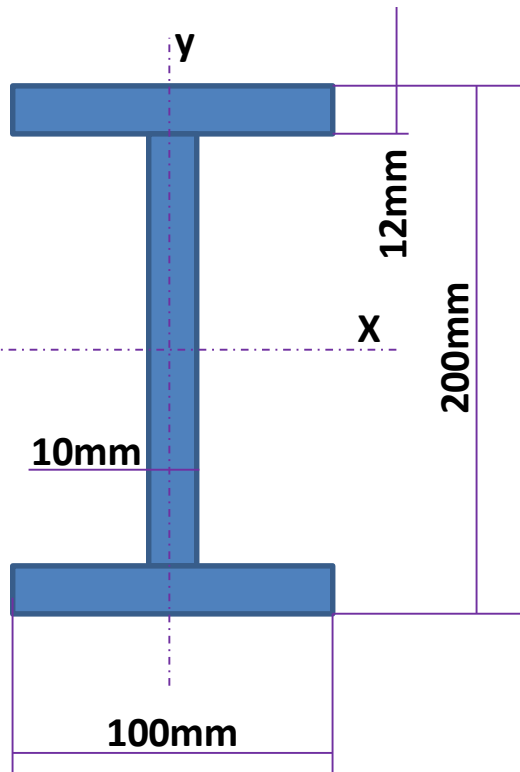
$$C_7 = 1.5211 - 5.3864D^{1/2} + 3.9286D$$

$$C_8 = -0.8498 + 2.8763D^{1/2} - 1.8874D$$

For  $Z_y$  use one-half the value for  $Z_y$  in case 26.

Form of section	Area and distances from centroid to extremities	Moments and products of inertia and radii of gyration about central axes	Plastic section moduli, shape factors, and locations of plastic neutral axes
<p>28. Regular polygon with <math>n</math> sides</p> 	$A = \frac{a^2 n}{4 \tan \alpha}$ $\rho_1 = \frac{a}{2 \sin \alpha}$ $\rho_2 = \frac{a}{2 \tan \alpha}$ <p>If <math>n</math> is odd</p> $y_1 = y_2 = \rho_1 \cos \left[ \alpha \left( \frac{n+1}{2} \right) - \frac{\pi}{2} \right]$ <p>If <math>n/2</math> is odd</p> $y_1 = \rho_1, \quad y_2 = \rho_2$ <p>If <math>n/2</math> is even</p> $y_1 = \rho_2, \quad y_2 = \rho_1$	$I_1 = I_2 = \frac{1}{24} A (6\rho_1^2 - a^2)$ $r_1 = r_2 = \sqrt{\frac{1}{24} (6\rho_1^2 - a^2)}$	<p>For <math>n = 3</math>, see case 9. For <math>n = 4</math>, see cases 1 and 13. For <math>n = 5</math>, <math>Z_1 = Z_2 = 0.8825\rho_1^3</math>. For an axis perpendicular to axis 1, <math>Z = 0.8838\rho_1^3</math>. The location of this axis is <math>0.7007a</math> from that side which is perpendicular to axis 1. For <math>n \geq 6</math>, use the following expression for a neutral axis of any inclination:</p> $Z = \rho_1^3 \left[ 1.333 - 13.908 \left( \frac{1}{n} \right)^2 + 12.528 \left( \frac{1}{n} \right)^3 \right]$
<p>29. Hollow regular polygon with <math>n</math> sides</p> 	$A = nat \left( 1 - \frac{t \tan \alpha}{a} \right)$ $\rho_1 = \frac{a}{2 \sin \alpha}$ $\rho_2 = \frac{a}{2 \tan \alpha}$ <p>If <math>n</math> is odd</p> $y_1 = y_2 = \rho_1 \cos \left( \alpha \frac{n+1}{2} - \frac{\pi}{2} \right)$ <p>If <math>n/2</math> is odd</p> $y_1 = \rho_1, \quad y_2 = \rho_2$ <p>If <math>n/2</math> is even</p> $y_1 = \rho_2, \quad y_2 = \rho_1$	$I_1 = I_2 = \frac{na^3 t}{8} \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{\tan^2 \alpha} \right)$ $\times \left[ 1 - 3 \frac{t \tan \alpha}{a} + 4 \left( \frac{t \tan \alpha}{a} \right)^2 - 2 \left( \frac{t \tan \alpha}{a} \right)^3 \right]$ $r_1 = r_2 = \frac{a}{\sqrt{8}}$ $\times \sqrt{\left( \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{\tan^2 \alpha} \left[ 1 - 2 \frac{t \tan \alpha}{a} + 2 \left( \frac{t \tan \alpha}{a} \right)^2 \right]}$	

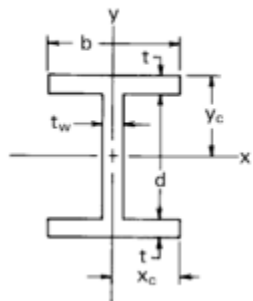
# PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS:



$$I_x = \frac{b \cdot (d + 2t)^3}{12} - \frac{(b - t_w) \cdot d^3}{12} = \frac{10 \cdot (20 - 2 \cdot 1,2 + 2 \cdot 1,2)^3}{12} - \frac{(10 - 1) \cdot (20 - 2 \cdot 1,2)^3}{12} = 2577,83 \text{ cm}^4$$

$$I_y = \frac{b^3 \cdot t}{6} + \frac{t_w^3 \cdot d}{12} = \frac{10^3 \cdot 1,2}{6} + \frac{1^3 \cdot (20 - 2 \cdot 1,2)}{12} = 201,47 \text{ cm}^4$$

6. Wide-flange beam with equal flanges



$$A = 2bt + t_w d$$

$$y_c = \frac{d}{2} + t$$

$$x_c = \frac{b}{2}$$

$$I_x = \frac{b(d + 2t)^3}{12} - \frac{(b - t_w)d^3}{12}$$

$$I_y = \frac{b^3 t}{6} + \frac{t_w^3 d}{12}$$

$$r_x = \left( \frac{I_x}{A} \right)^{1/2}$$

$$r_y = \left( \frac{I_y}{A} \right)^{1/2}$$

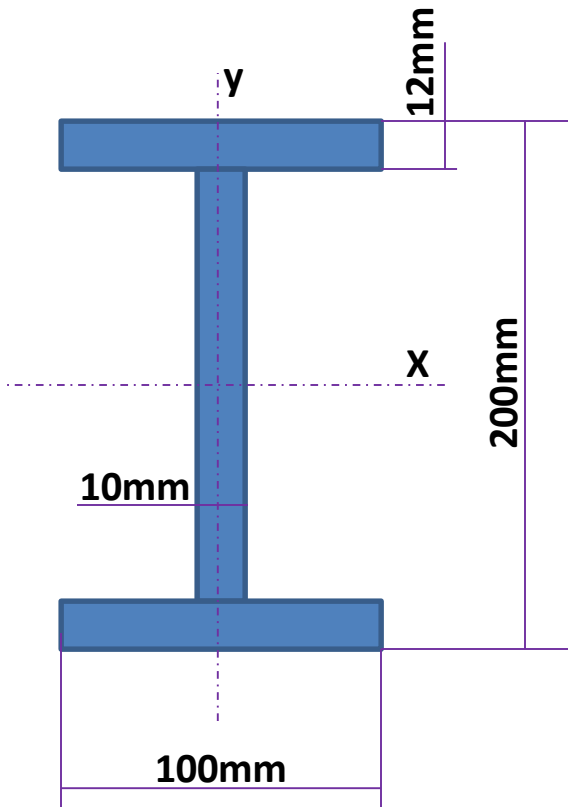
$$Z_x = \frac{t_w d^2}{4} + bt(d + t)$$

$$SF_x = \frac{Z_x y_c}{I_x}$$

$$Z_y = \frac{b^2 t}{2} + \frac{t_w^2 d}{4}$$

$$SF_y = \frac{Z_y x_c}{I_y}$$

# PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS: TEOREMA DE STEINER



$$I_x = \sum I_n + A \cdot d_y^2$$

$$I_x = 2 \cdot \left[ \left( \frac{10 \cdot 1,2^3}{12} + \frac{1,0 \cdot (10 - 1,2)^3}{12} \right) + (1,2 \cdot 10 \cdot (10 - 0,6)^2 + (1,0 \cdot (10 - 1,2) \cdot 4,4^2) \right]$$

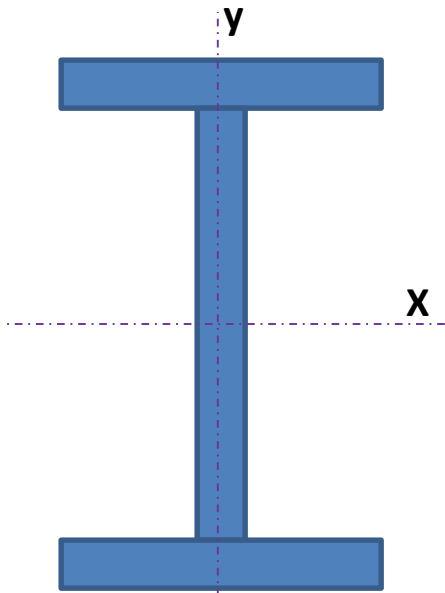
$$I_x = 2577,83 \text{ cm}^4$$

$$I_y = \sum I_n + A \cdot d_x^2$$

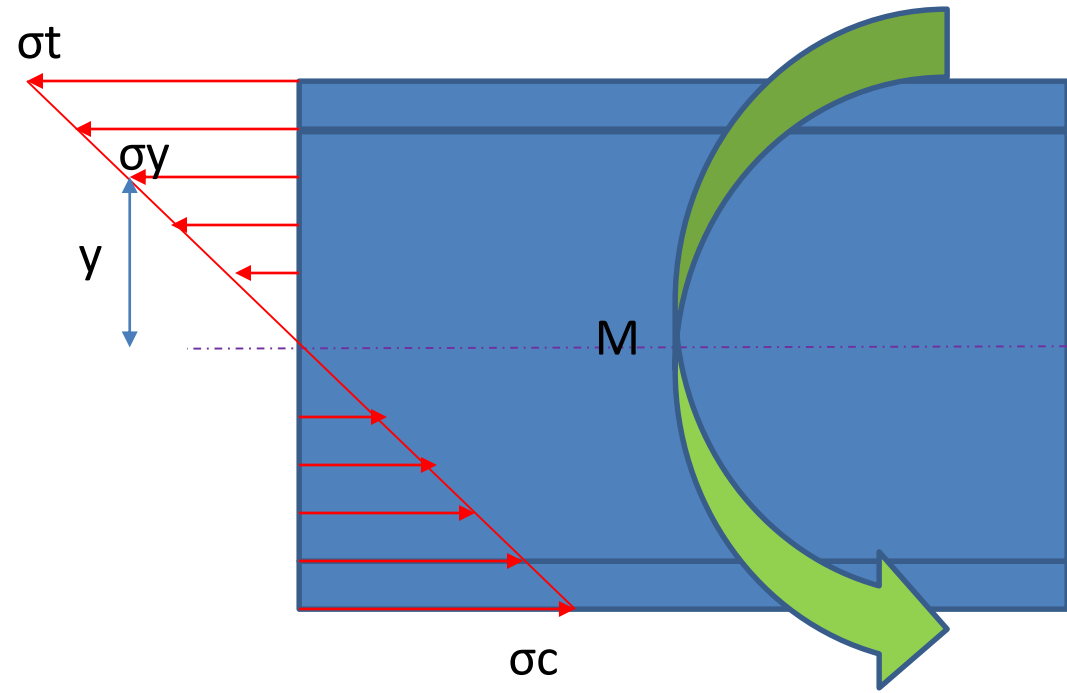
$$I_y = 2 \cdot \left[ \left( 2 \cdot \frac{1,2 \cdot 5^3}{12} + \frac{17,6 \cdot (0,5)^3}{12} \right) + (2 \cdot 1,2 \cdot 5 \cdot (2,5)^2 + (17,6 \cdot 0,5 \cdot (0,25)^2) \right]$$

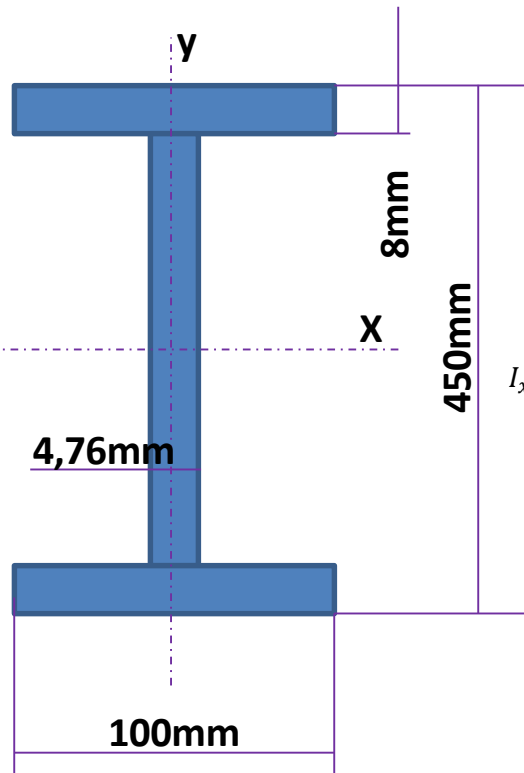
$$I_y = 201,47 \text{ cm}^4$$

# Distribuição de tensões em barras Flexionadas



$$\sigma_y = \frac{M \cdot y}{I}$$





Qual o máximo momento Fletor em torno do eixo X ao qual o perfil ao lado pode ser submetido antes que a tensão máxima ultrapasse o limite de escoamento do material. Considerar Aço ASTM A572 Gr - 50

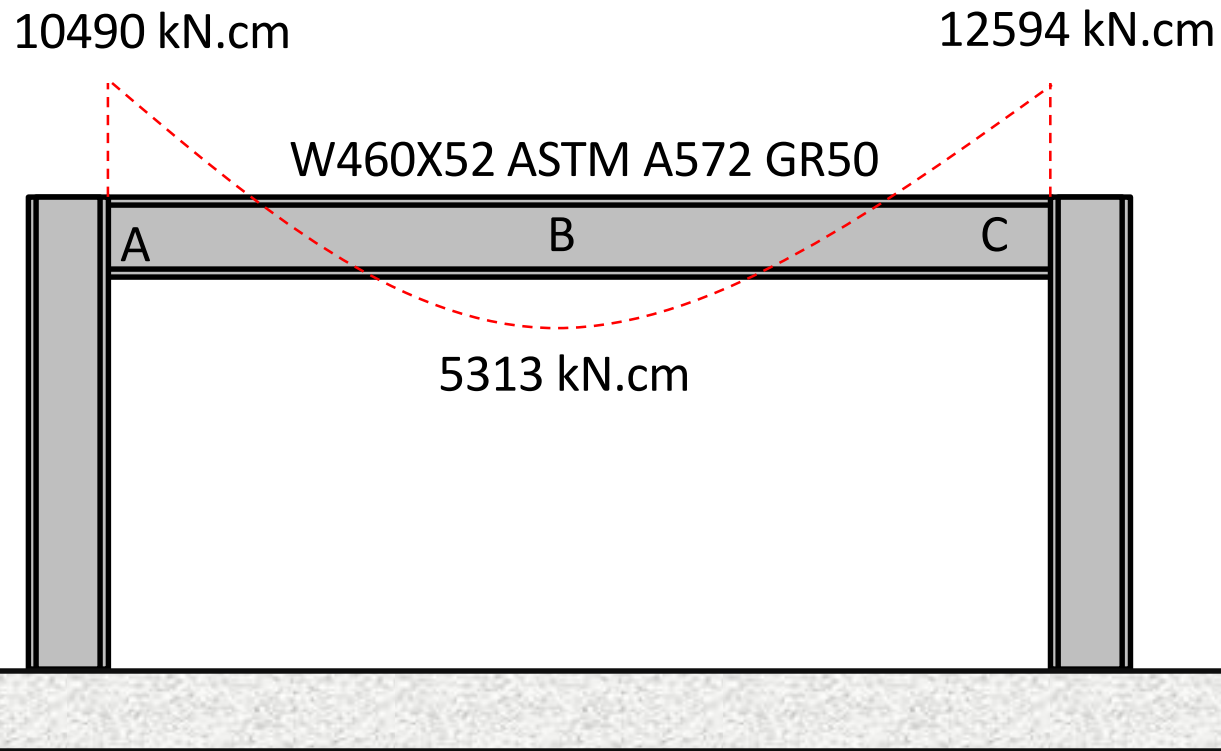
$$I_x = \frac{b \cdot (d + 2t)^3}{12} - \frac{(b - t_w) \cdot d^3}{12} = \frac{10 \cdot (45 - 2 \cdot 0,8 + 2 \cdot 0,8)^3}{12} - \frac{(10 - 0,476) \cdot (45 - 2 \cdot 0,8)^3}{12} = 11058 \text{ cm}^4$$

$$\sigma_y = \frac{M \cdot y}{I} \rightarrow 34,5 \Rightarrow \frac{M \cdot \left(\frac{45}{2}\right)}{11058}$$

$$M = \frac{34,5 \cdot 11058}{\left(\frac{45}{2}\right)} = 16955,6 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$



Determinar as tensões máximas atuantes nos pontos A, B e C no perfil da viga no pórtico abaixo



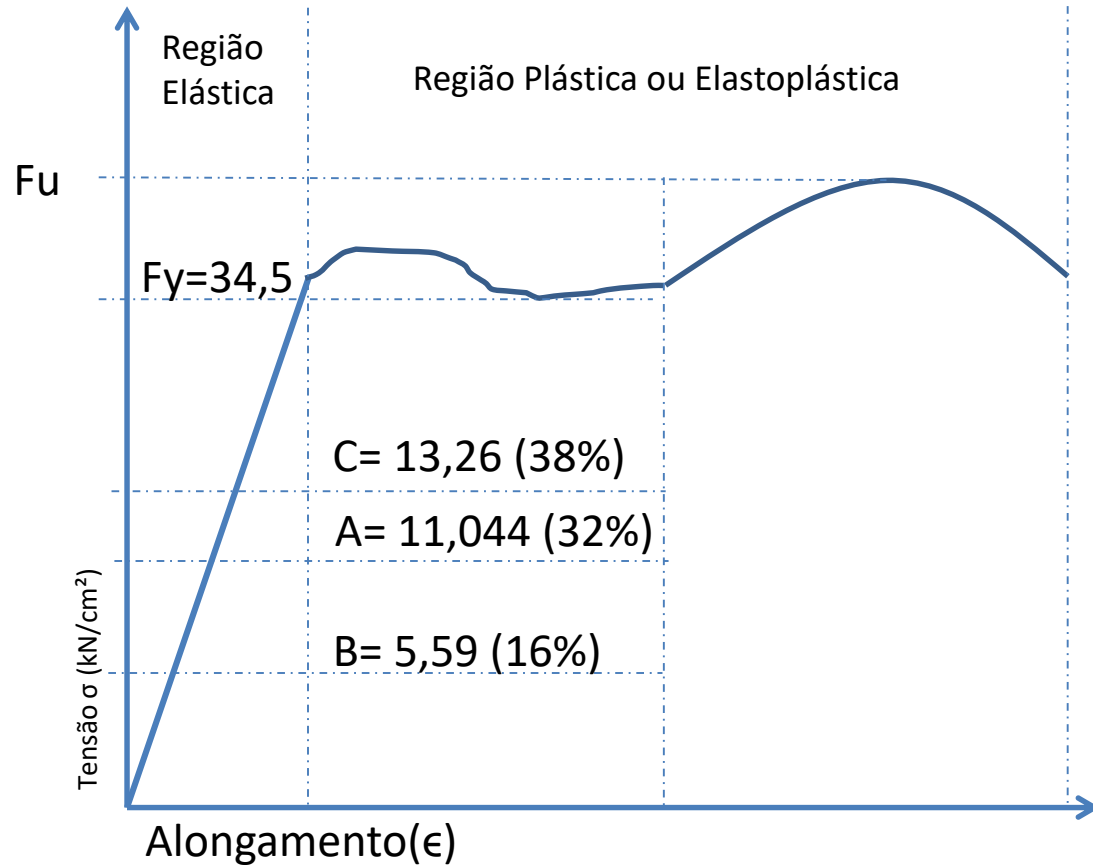
BITOLA mm x kg/m	Massa Linear kg/m	d mm	b <sub>i</sub> mm	ESPESSURA		h mm	d' mm	Área cm <sup>2</sup>	EIXO X - X				EIXO Y - Y				r <sub>i</sub> cm	I <sub>x</sub> cm <sup>4</sup>	ESBELTEZ		C <sub>w</sub> cm <sup>6</sup>	u m <sup>2</sup> /m	BITOLA mm x kg/m
				t <sub>u</sub> mm	t <sub>i</sub> mm				I <sub>x</sub> cm <sup>4</sup>	W <sub>x</sub> cm <sup>3</sup>	r <sub>x</sub> cm	Z <sub>x</sub> cm <sup>3</sup>	I <sub>y</sub> cm <sup>4</sup>	W <sub>y</sub> cm <sup>3</sup>	r <sub>y</sub> cm	Z <sub>y</sub> cm <sup>3</sup>			ABA - λ <sub>y</sub> b <sub>i</sub> / 2t <sub>i</sub>	ALMA - λ <sub>x</sub> d' / t <sub>u</sub>			
				W 460 x 52,0	52,0				450	152	7,6	10,8	428	404	66,6	21.370			949,8	17,91			
W 460 x 60,0	60,0	455	153	8,0	13,3	428	404	76,2	25.652	1.127,6	18,35	1.292,1	796	104,1	3,23	163,4	3,89	34,60	5,75	50,55	387.230	1,49	W 460 x 60,0
W 460 x 68,0	68,0	459	154	9,1	15,4	428	404	87,6	29.851	1.300,7	18,46	1.495,4	941	122,2	3,28	192,4	3,93	52,29	5,00	44,42	461.163	1,50	W 460 x 68,0
W 460 x 74,0	74,0	457	190	9,0	14,5	428	404	94,9	33.415	1.462,4	18,77	1.657,4	1.661	174,8	4,18	271,3	4,93	52,97	6,55	44,89	811.417	1,64	W 460 x 74,0
W 460 x 82,0	82,0	460	191	9,9	16,0	428	404	104,7	37.157	1.615,5	18,84	1.836,4	1.862	195,0	4,22	303,3	4,96	70,62	5,97	40,81	915.745	1,64	W 460 x 82,0
W 460 x 89,0	89,0	463	192	10,5	17,7	428	404	114,1	41.105	1.775,6	18,98	2.019,4	2.093	218,0	4,28	339,0	5,01	92,49	5,42	38,44	1.035.073	1,65	W 460 x 89,0
W 460 x 97,0	97,0	466	193	11,4	19,0	428	404	123,4	44.658	1.916,7	19,03	2.187,4	2.283	236,6	4,30	368,8	5,03	115,05	5,08	35,44	1.137.180	1,66	W 460 x 97,0
W 460 x 106,0	106,0	469	194	12,6	20,6	428	404	135,1	48.978	2.088,6	19,04	2.394,6	2.515	259,3	4,32	405,7	5,05	148,19	4,71	32,05	1.260.063	1,67	W 460 x 106,0

$$\sigma_y = \frac{M \cdot y}{I}$$

$$\sigma_A = \frac{10490 \cdot \left(\frac{45}{2}\right)}{21370} = 11,044 \text{ kN/cm}^2$$

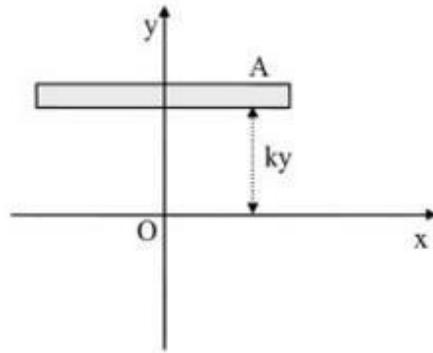
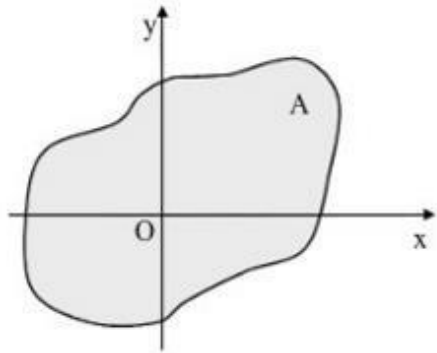
$$\sigma_B = \frac{5313 \cdot \left(\frac{45}{2}\right)}{21370} = 5,59 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_C = \frac{12594 \cdot \left(\frac{45}{2}\right)}{21370} = 13,26 \text{ kN/cm}^2$$



# PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS:

## Raio de Giração $r_x$ e $r_y$



$$I_x = k_x^2 \cdot A \quad \therefore \quad k_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} \quad \text{analogamente} \quad k_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} \quad e \quad k_o = \sqrt{\frac{J_o}{A}} \quad (\text{polar})$$

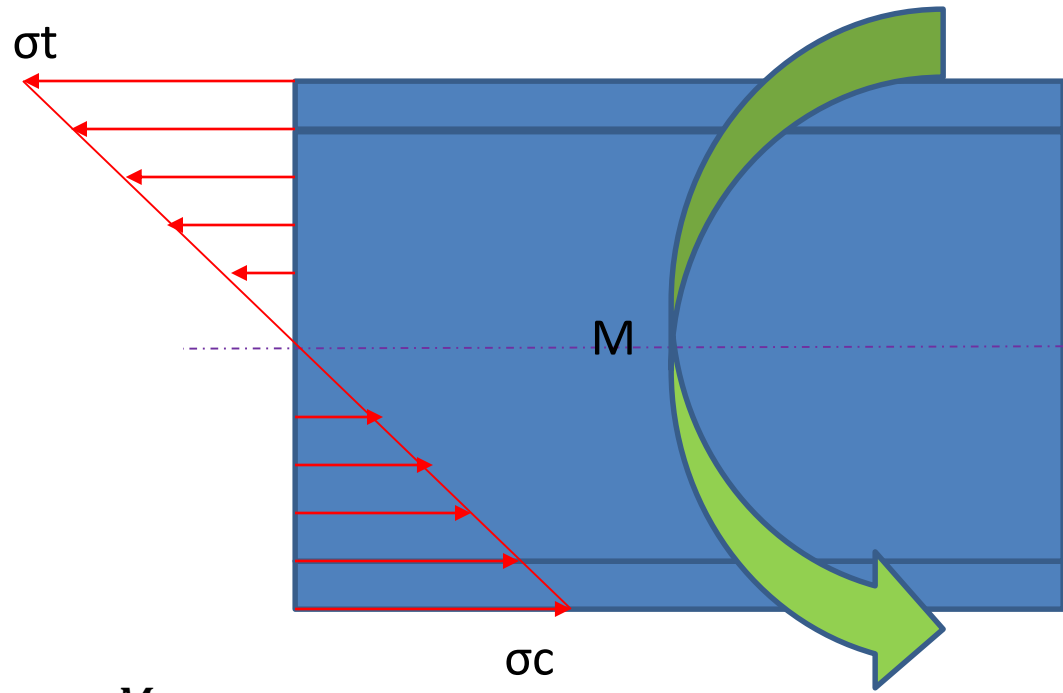
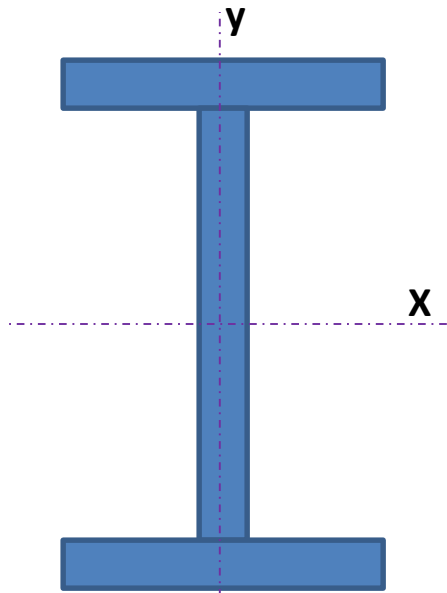
$$\text{Como } J_o = I_x + I_y \quad \text{temos} \quad k_o^2 = k_x^2 + k_y^2$$

Imagem por: <http://www.gdace.uem.br/romel/MDidatico/Estatica/JoaoDirceu/>

**IMPORTANTE NOS ESTUDOS DE PEÇAS COMPRIMIDAS**

*Curso de Projeto e Cálculo de Estruturas metálicas*

# Distribuição de tensões em barras Flexionadas

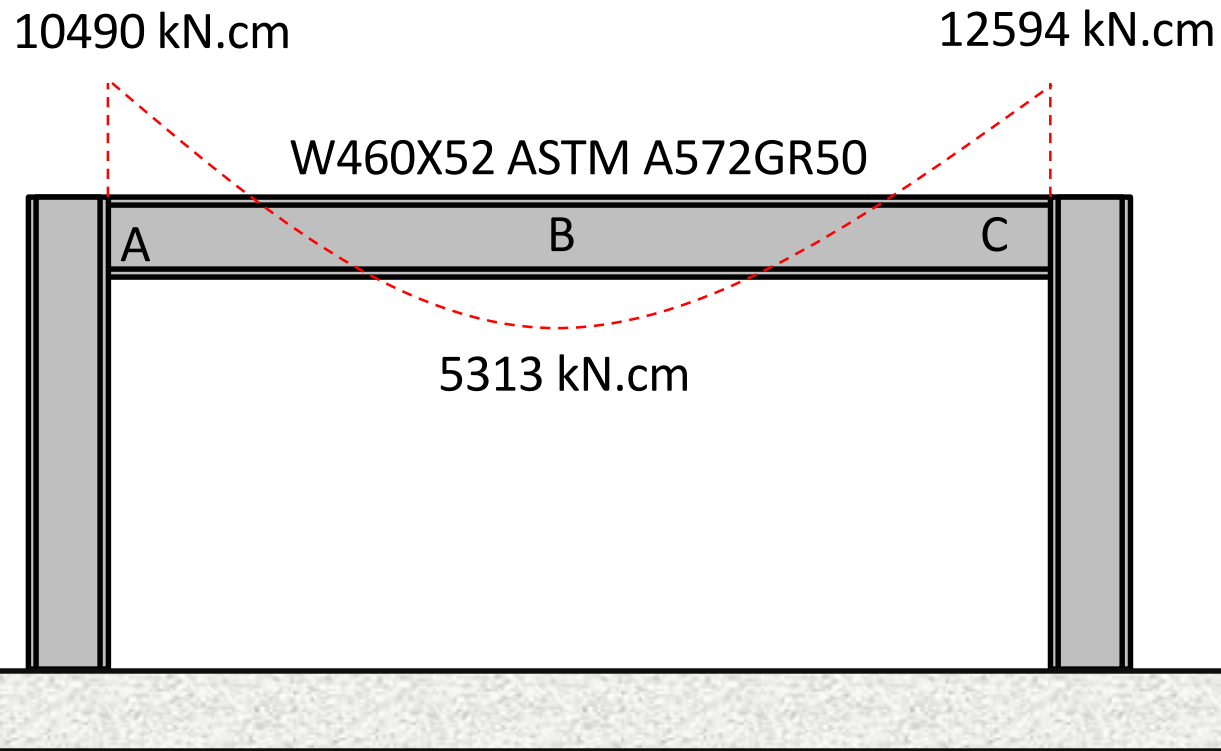


$$\sigma_y = \frac{M \cdot y}{I}$$

$$W = \frac{I}{y_{\text{máx}}}$$

$$\sigma_y = \frac{M}{W}$$

Determinar as tensões máximas atuantes nos pontos A, B e C no perfil da viga no pórtico abaixo



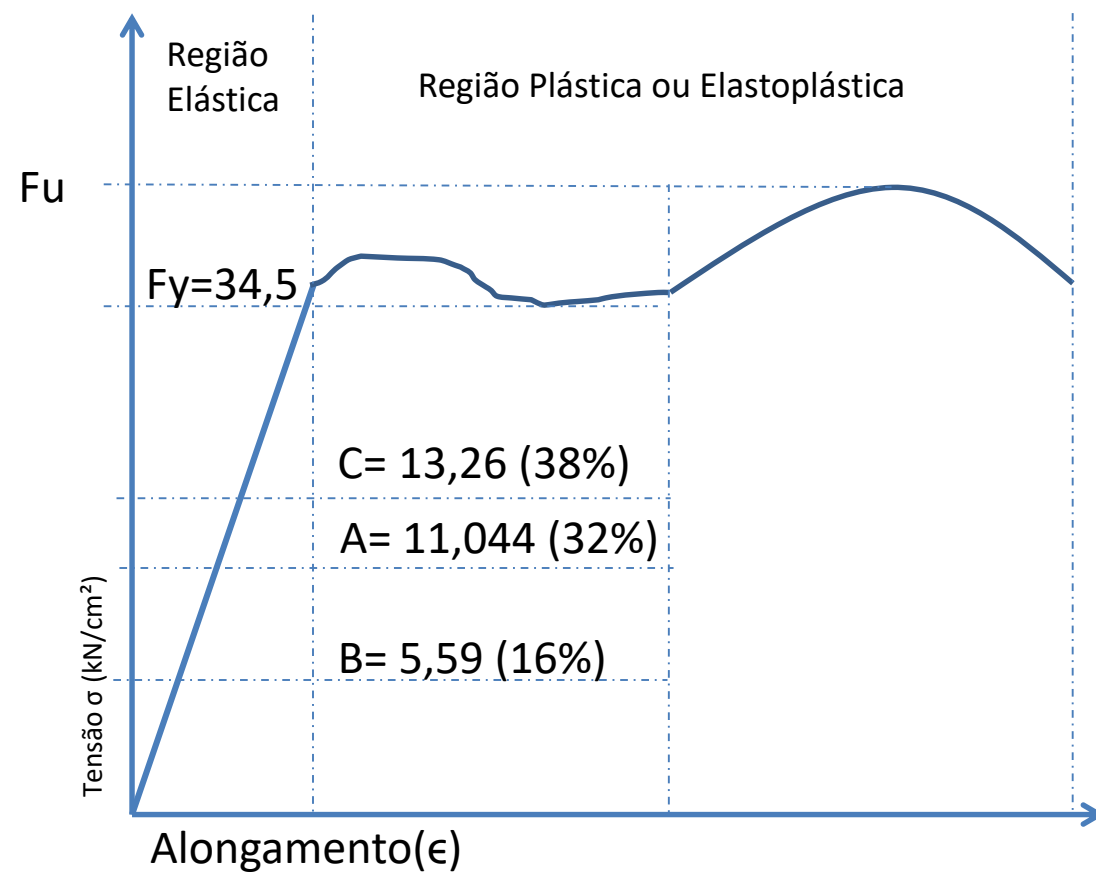
BITOLA mm x kg/m	Massa Linear kg/m	d mm	b <sub>i</sub> mm	ESPESSURA		h mm	d' mm	Área cm <sup>2</sup>	EIXO X - X				EIXO Y - Y				r <sub>i</sub> cm	I <sub>x</sub> cm <sup>4</sup>	ESBELTEZ		C <sub>w</sub> cm <sup>6</sup>	u m <sup>2</sup> /m	BITOLA mm x kg/m
				t <sub>u</sub> mm	t <sub>i</sub> mm				I <sub>x</sub> cm <sup>4</sup>	W <sub>x</sub> cm <sup>3</sup>	r <sub>x</sub> cm	Z <sub>x</sub> cm <sup>3</sup>	I <sub>y</sub> cm <sup>4</sup>	W <sub>y</sub> cm <sup>3</sup>	r <sub>y</sub> cm	Z <sub>y</sub> cm <sup>3</sup>			ABA - λ <sub>y</sub> b <sub>i</sub> / 2t <sub>i</sub>	ALMA - λ <sub>x</sub> d' / t <sub>u</sub>			
				W 460 x 52,0	52,0				450	152	7,6	10,8	428	404	66,6	21.370			949,8	17,91			
W 460 x 60,0	60,0	455	153	8,0	13,3	428	404	76,2	25.652	1.127,6	18,35	1.292,1	796	104,1	3,23	163,4	3,89	34,60	5,75	50,55	387.230	1,49	W 460 x 60,0
W 460 x 68,0	68,0	459	154	9,1	15,4	428	404	87,6	29.851	1.300,7	18,46	1.495,4	941	122,2	3,28	192,4	3,93	52,29	5,00	44,42	461.163	1,50	W 460 x 68,0
W 460 x 74,0	74,0	457	190	9,0	14,5	428	404	94,9	33.415	1.462,4	18,77	1.657,4	1.661	174,8	4,18	271,3	4,93	52,97	6,55	44,89	811.417	1,64	W 460 x 74,0
W 460 x 82,0	82,0	460	191	9,9	16,0	428	404	104,7	37.157	1.615,5	18,84	1.836,4	1.862	195,0	4,22	303,3	4,96	70,62	5,97	40,81	915.745	1,64	W 460 x 82,0
W 460 x 89,0	89,0	463	192	10,5	17,7	428	404	114,1	41.105	1.775,6	18,98	2.019,4	2.093	218,0	4,28	339,0	5,01	92,49	5,42	38,44	1.035.073	1,65	W 460 x 89,0
W 460 x 97,0	97,0	466	193	11,4	19,0	428	404	123,4	44.658	1.916,7	19,03	2.187,4	2.283	236,6	4,30	368,8	5,03	115,05	5,08	35,44	1.137.180	1,66	W 460 x 97,0
W 460 x 106,0	106,0	469	194	12,6	20,6	428	404	135,1	48.978	2.088,6	19,04	2.394,6	2.515	259,3	4,32	405,7	5,05	148,19	4,71	32,05	1.260.063	1,67	W 460 x 106,0

$$\sigma = \frac{M}{W}$$

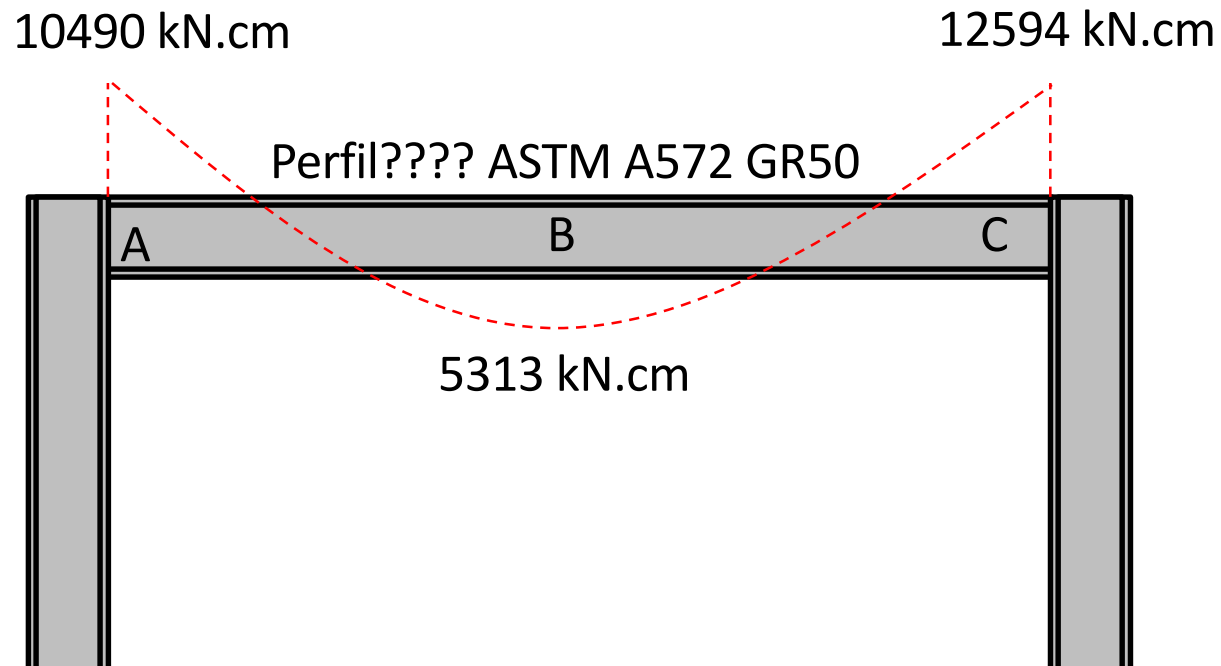
$$\sigma_A = \frac{10490}{949,8} = 11,044 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_B = \frac{5313}{949,8} = 5,59 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_C = \frac{12594}{949,8} = 13,26 \text{ kN/cm}^2$$



Determinar o perfil mais leve possível, que seja submetido a 66% da tensão máxima de escoamento para a viga abaixo



$$\sigma = \frac{M}{W} \rightarrow W = \frac{M}{0,66 \cdot F_y} \quad W = \frac{12594}{0,66 \cdot 34,5} \quad W = 553,1 \text{ cm}^3$$

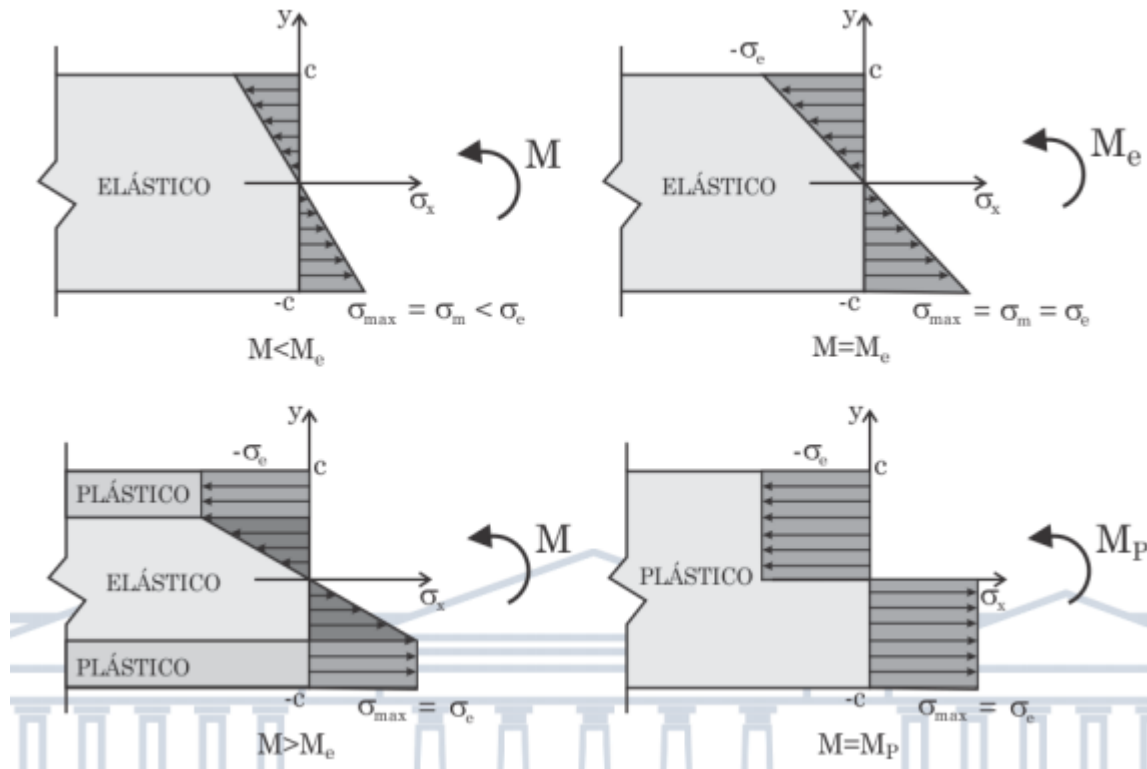
BITOLA mm x kg/m	Massa Linear kg/m	d mm	b <sub>1</sub> mm	ESPESSURA		h mm	d' mm	Área cm <sup>2</sup>	EIXO X - X				EIXO Y - Y				r <sub>1</sub> cm	I <sub>x</sub> cm <sup>4</sup>	ESBELTEZ		C <sub>x</sub> cm <sup>4</sup>	u m <sup>2</sup> /m	BITOLA mm x kg/m
				t <sub>w</sub> mm	t <sub>f</sub> mm				I <sub>y</sub> cm <sup>4</sup>	W <sub>y</sub> cm <sup>3</sup>	r <sub>y</sub> cm	Z <sub>y</sub> cm <sup>3</sup>	I <sub>x</sub> cm <sup>4</sup>	W <sub>x</sub> cm <sup>3</sup>	r <sub>x</sub> cm	Z <sub>x</sub> cm <sup>3</sup>			ABA - λ <sub>1</sub>	ALMA - λ <sub>2</sub>			
				b <sub>1</sub> / 2t <sub>1</sub>	d' / t <sub>w</sub>																		
W 360 x 32,9	32,9	349	127	5,8	8,5	332	308	42,1	8.358	479,0	14,09	547,6	291	45,9	2,63	72,0	3,20	9,15	7,47	53,10	84.111	1,17	W 360 x 32,9
W 360 x 39,0	39,0	353	128	6,5	10,7	332	308	50,2	10.331	585,3	14,35	667,7	375	58,6	2,73	91,9	3,27	15,83	5,98	47,32	109.551	1,18	W 360 x 39,0
W 360 x 44,0	44,0	352	171	6,9	9,8	332	308	57,7	12.258	696,5	14,58	784,3	818	95,7	3,77	148,0	4,43	16,70	8,72	44,70	239.091	1,35	W 360 x 44,0
W 360 x 51,0	51,0	355	171	7,2	11,6	332	308	64,8	14.222	801,2	14,81	899,5	968	113,3	3,87	174,7	4,49	24,65	7,37	42,75	284.994	1,36	W 360 x 51,0
W 360 x 57,8	57,8	358	172	7,9	13,1	332	308	72,5	16.143	901,8	14,92	1.014,8	1.113	129,4	3,92	199,8	4,53	34,45	6,56	38,96	330.394	1,37	W 360 x 57,8
W 360 x 64,0	64,0	347	203	7,7	13,5	320	288	81,7	17.890	1.031,1	14,80	1.145,5	1.885	185,7	4,80	284,5	5,44	44,57	7,52	37,40	523.362	1,46	W 360 x 64,0
W 360 x 72,0	72,0	350	204	8,6	15,1	320	288	91,3	20.169	1.152,5	14,86	1.285,9	2.140	209,8	4,84	321,8	5,47	61,18	6,75	33,47	599.082	1,47	W 360 x 72,0
W 360 x 79,0	79,0	354	205	9,4	16,8	320	288	101,2	22.713	1.283,2	14,98	1.437,0	2.416	235,7	4,89	361,9	5,51	82,41	6,10	30,68	685.701	1,48	W 360 x 79,0
W 360 x 91,0 (H)	91,0	353	254	9,5	16,4	320	288	115,9	26.755	1.515,9	15,19	1.680,1	4.483	353,0	6,22	538,1	6,90	92,61	7,74	30,34	1.268.709	1,68	W 360 x 91,0 (H)
W 360 x 101,0 (H)	101,0	357	255	10,5	18,3	320	286	129,5	30.279	1.696,3	15,29	1.888,9	5.063	397,1	6,25	606,1	6,93	128,47	6,97	27,28	1.450.410	1,68	W 360 x 101,0 (H)
W 360 x 110,0 (H)	110,0	360	256	11,4	19,9	320	288	140,6	33.155	1.841,9	15,36	2.059,3	5.570	435,2	6,29	664,5	6,96	161,93	6,43	25,28	1.609.070	1,69	W 360 x 110,0 (H)
W 360 x 122,0 (H)	122,0	363	257	13,0	21,7	320	288	155,3	36.599	2.016,5	15,35	2.269,8	6.147	478,4	6,29	732,4	6,98	212,70	5,92	22,12	1.787.806	1,70	W 360 x 122,0 (H)
W 410 x 38,8	38,8	399	140	6,4	8,8	381	357	50,3	12.777	640,5	15,94	736,8	404	57,7	2,83	90,9	3,49	11,69	7,95	55,84	153.190	1,32	W 410 x 38,8
W 410 x 46,1	46,1	403	140	7,0	11,2	381	357	59,2	15.690	778,7	16,27	891,1	514	73,4	2,95	115,2	3,55	20,06	6,25	50,94	196.571	1,33	W 410 x 46,1
W 410 x 53,0	53,0	403	177	7,5	10,9	381	357	68,4	18.734	929,7	16,55	1.052,2	1.009	114,0	3,84	176,9	4,56	23,38	8,12	47,63	387.194	1,48	W 410 x 53,0
W 410 x 60,0	60,0	407	178	7,7	12,8	381	357	76,2	21.707	1.066,7	16,88	1.201,5	1.205	135,4	3,98	209,2	4,65	33,78	6,95	46,42	467.404	1,49	W 410 x 60,0
W 410 x 67,0	67,0	410	179	8,8	14,4	381	357	86,3	24.678	1.203,8	16,91	1.362,7	1.379	154,1	4,00	239,0	4,67	48,11	6,22	40,59	538.546	1,50	W 410 x 67,0
W 410 x 75,0	75,0	413	180	9,7	16,0	381	357	95,8	27.616	1.337,3	16,98	1.518,6	1.559	173,2	4,03	269,1	4,70	65,21	5,63	36,80	612.784	1,51	W 410 x 75,0
W 410 x 85,0	85,0	417	181	10,9	18,2	381	357	108,6	31.658	1.518,4	17,07	1.731,7	1.804	199,3	4,08	310,4	4,74	94,48	4,97	32,72	715.165	1,52	W 410 x 85,0
W 460 x 52,0	52,0	450	152	7,6	10,8	428	404	66,6	21.370	949,8	17,91	1.095,9	634	83,5	3,09	131,7	3,79	21,79	7,04	53,21	304.837	1,47	W 460 x 52,0
W 460 x 60,0	60,0	455	153	8,0	13,3	428	404	76,2	25.652	1.127,6	18,35	1.292,1	796	104,1	3,23	163,4	3,89	34,60	5,75	50,55	387.230	1,49	W 460 x 60,0
W 460 x 68,0	68,0	459	154	9,1	15,4	428	404	87,6	29.851	1.300,7	18,46	1.495,4	941	122,2	3,28	192,4	3,93	52,29	5,00	44,42	461.163	1,50	W 460 x 68,0
W 460 x 74,0	74,0	457	190	9,0	14,5	428	404	94,9	33.415	1.462,4	18,77	1.657,4	1.661	174,8	4,18	271,3	4,93	52,97	6,55	44,89	811.417	1,64	W 460 x 74,0
W 460 x 82,0	82,0	460	191	9,9	16,0	428	404	104,7	37.157	1.615,5	18,84	1.836,4	1.862	195,0	4,22	303,3	4,96	70,62	5,97	40,81	915.745	1,64	W 460 x 82,0
W 460 x 89,0	89,0	463	192	10,5	17,7	428	404	114,1	41.105	1.775,6	18,98	2.019,4	2.093	218,0	4,28	339,0	5,01	92,49	5,42	38,44	1.035.073	1,65	W 460 x 89,0
W 460 x 97,0	97,0	466	193	11,4	19,0	428	404	123,4	44.658	1.916,7	19,03	2.187,4	2.283	236,6	4,30	368,8	5,03	115,05	5,08	35,44	1.137.180	1,66	W 460 x 97,0
W 460 x 106,0	106,0	469	194	12,6	20,6	428	404	135,1	48.978	2.088,6	19,04	2.394,6	2.515	259,3	4,32	405,7	5,05	148,19	4,71	32,05	1.260.063	1,67	W 460 x 106,0
W 530 x 66,0	66,0	525	165	8,9	11,4	502	478	83,6	34.971	1.332,2	20,46	1.558,0	857	103,9	3,20	166,0	4,02	31,52	7,24	53,73	562.854	1,67	W 530 x 66,0
W 530 x 72,0	72,0	524	207	9,0	10,9	502	478	91,6	39.969	1.525,5	20,89	1.755,9	1.615	156,0	4,20	244,6	5,16	33,41	9,50	53,13	1.060.548	1,84	W 530 x 72,0
W 530 x 74,0	74,0	529	166	9,7	13,6	502	478	95,1	40.969	1.548,9	20,76	1.804,9	1.041	125,5	3,31	200,1	4,10	47,39	6,10	49,26	688.558	1,68	W 530 x 74,0
W 530 x 82,0	82,0	528	209	9,5	13,3	501	477	104,5	47.569	1.801,8	21,34	2.058,5	2.028	194,1	4,41	302,7	5,31	51,23	7,86	50,25	1.340.255	1,85	W 530 x 82,0
W 530 x 85,0	85,0	535	166	10,3	16,5	502	478	107,7	48.453	1.811,3	21,21	2.099,8	1.263	152,2	3,42	241,6	4,17	72,93	5,03	46,41	845.463	1,69	W 530 x 85,0
W 530 x 92,0	92,0	533	209	10,2	15,6	502	478	117,6	55.157	2.069,7	21,65	2.359,8	2.379	227,6	4,50	354,7	5,36	75,50	6,70	46,84	1.588.565	1,86	W 530 x 92,0
W 530 x 101,0	101,0	537	210	10,9	17,4	502	470	130,0	62.198	2.316,5	21,87	2.640,4	2.693	256,5	4,55	400,6	5,40	106,04	6,03	43,14	1.812.734	1,86	W 530 x 101,0
W 530 x 109,0	109,0	539	211	11,6	18,8	501	469	139,7	67.226	2.494,5	21,94	2.847,0	2.952	279,8	4,60	437,4	5,44	131,38	5,61	40,47	1.991.291	1,87	W 530 x 109,0

Selecionado Perfil W 410X38,8  $\sigma = \frac{M}{W} \rightarrow \sigma = \frac{12594}{640,5} = 19,66 \text{ kN/cm}^2 (57\% \text{ do } F_y)$



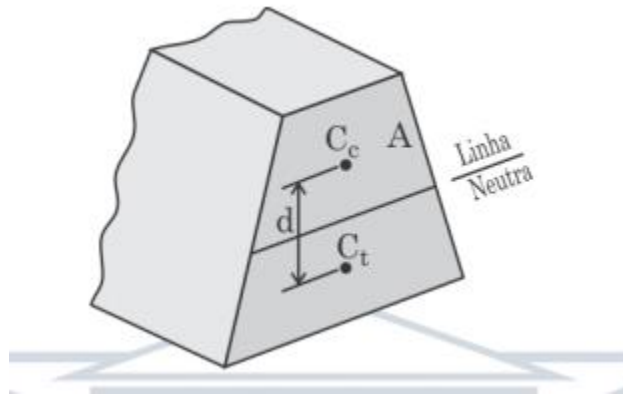
# PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS:

## Momento resistente Plástico $Z_x$ e $Z_y$



# PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS:

## Momento resistente Plástico $Z_x$ e $Z_y$



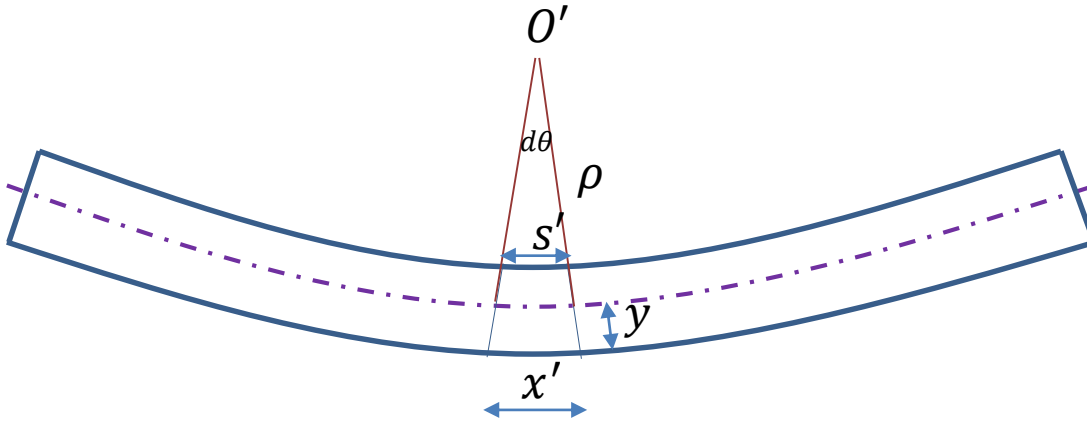
$$Z = \frac{1}{2} \cdot A \cdot d$$

$$\text{Fator de forma } k = \frac{Z}{W} \rightarrow W250X17,9: k = \frac{211}{182,6} = 1,156$$

Esse número indica que a viga pode suportar um momento fletor 15,6% maior do que o que gera apenas tensões dentro dos limites de escoamento

Após esse valor a seção se plastifica completamente.

# Deflexão em vigas



$$\epsilon = \frac{x' - x}{x} \quad \epsilon = \frac{s' - s}{s} \quad x = s = \rho \cdot \theta \quad x' = (\rho + y) \cdot \theta \quad s' = (\rho - y) \cdot \theta$$

$$\epsilon = \frac{(\rho - y) \cdot \theta - \rho \cdot \theta}{\rho \cdot \theta} \quad \epsilon = \frac{(\rho - y) - \rho}{\rho} \quad \epsilon = \frac{(\rho - y)}{\rho} - \frac{\rho}{\rho} = \frac{(\rho - y)}{\rho} - 1$$

$$\epsilon = \frac{\rho}{\rho} - \frac{y}{\rho} - 1 \quad \epsilon = 1 - \frac{y}{\rho} - 1 \quad \epsilon = -\frac{y}{\rho} \rightarrow \frac{1}{\rho} = -\frac{\epsilon}{y}$$

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} \quad \sigma = -\frac{M \cdot y}{I} \quad \frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}$$

# Deflexão em vigas

$$\frac{d_v^2}{dx^2} = \frac{M}{EI}$$

$$\frac{d_v^2}{dx^2} \cdot EI = -P \cdot x$$

$$\frac{dv}{dx} \cdot EI = -P \cdot \frac{x^2}{2} + C_1$$

$$vEI = -P \cdot \frac{x^3}{6} + C_1x + C_2$$

$$v = 0 \text{ quando } x = L$$

$$0 \cdot EI = -P \cdot \frac{L^2}{2} + C_1$$

$$P \cdot \frac{L^2}{2} = C_1$$

$$0EI = -P \cdot \frac{L^3}{6} + C_1L + C_2$$

$$0 = P \cdot \frac{L^3}{6} + \frac{P \cdot L^2}{2}L + C_2$$

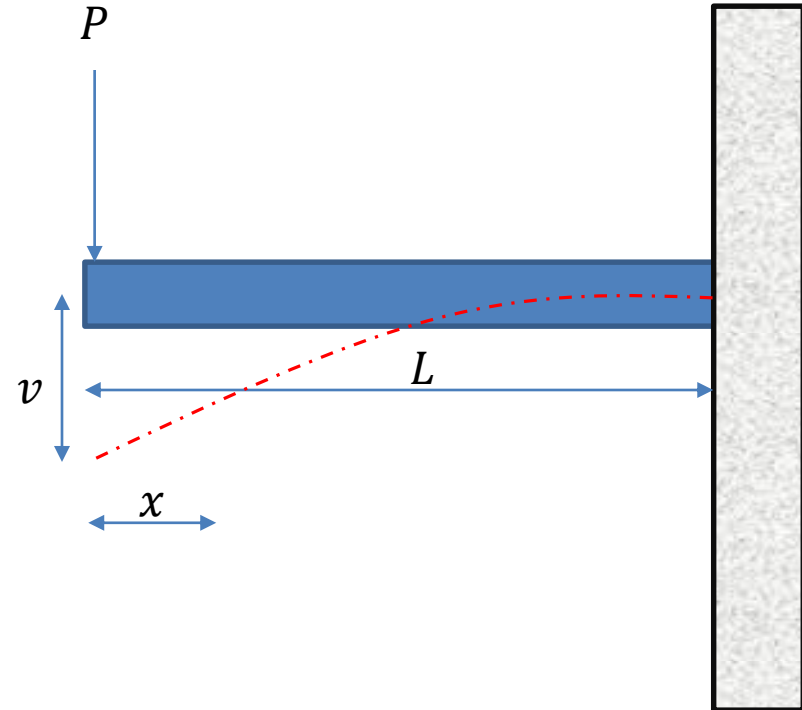
$$C_2 = \frac{P \cdot L^3}{3}$$

$$v = \frac{\left(-P \cdot \frac{x^3}{6} + \frac{P \cdot L^2}{2}x + \frac{P \cdot L^3}{3}\right)}{EI}$$

$$v = \frac{P(-x^3 + 3 \cdot L^2x + 2 \cdot L^3)}{6EI}$$

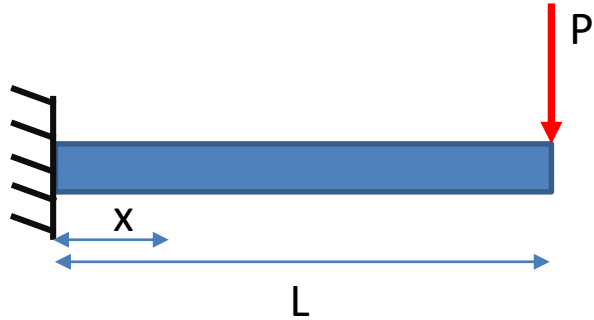
$$v_{\text{máx}} = \frac{P(-0^3 + 3 \cdot L^2 \cdot 0 + 2 \cdot L^3)}{6EI}$$

$$v_{\text{máx}} = \frac{-P \cdot L^3}{3EI}$$



# Equações de deflexão, Momento e Cortante

Barra em Balanço – Carga Pontual na extremidade



Deflexão

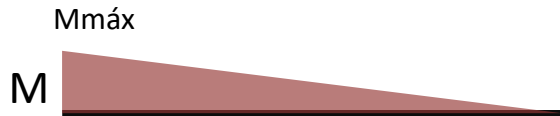
$$y(x) = -\frac{P \cdot x^2}{6EI} (3 \cdot L - x)$$

$$y_{max} = -\frac{P \cdot L^3}{3EI}$$



Esforço Cortante

$$V(x) = P$$



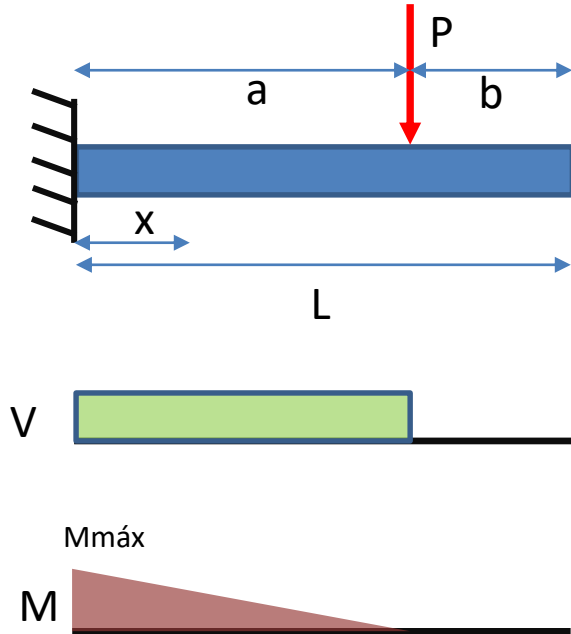
Momento Fletor

$$M(x) = P \cdot (L - x)$$

$$M_{max} = P \cdot L$$

# Equações de deflexão, Momento e Cortante

Barra em Balanço – Carga Pontual à distância 'a'



Deflexão

$$y(x) = -\frac{P \cdot x^2}{6EI} (3 \cdot a - x) \quad 0 \leq x \leq a$$

$$y(x) = -\frac{P \cdot a^2}{6EI} (3 \cdot x - a) \quad a \leq x \leq L$$

$$y_{max} = -\frac{P \cdot a^2}{6EI} (3 \cdot L - a)$$

Esforço Cortante

$$V(x) = P \quad 0 \leq x \leq a$$

$$V(x) = 0 \quad a \leq x \leq L$$

Momento Fletor

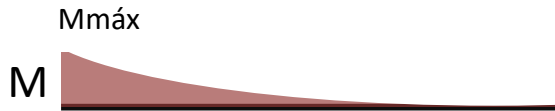
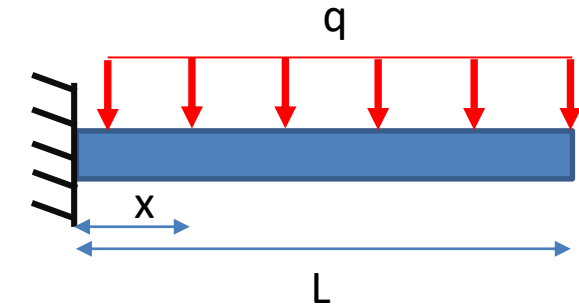
$$M(x) = P \cdot (a - x) \quad 0 \leq x \leq a$$

$$M_{max} = P \cdot a$$

$$M(x) = 0 \quad a \leq x \leq L$$

# Equações de deflexão, Momento e Cortante

Barra em Balanço – Carga Uniformemente Distribuída



Deflexão

$$y(x) = -\frac{q \cdot x^2}{24EI} (6 \cdot L^2 - 4Lx + x^2) \quad 0 \leq x \leq L$$

$$y_{max} = \frac{q \cdot L^4}{8EI}$$

Esforço Cortante

$$V(x) = q \cdot (L - x) \quad 0 \leq x \leq L$$

$$V_{max} = q \cdot L$$

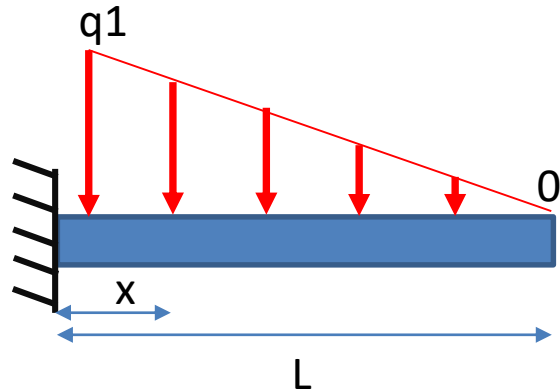
Momento Fletor

$$M(x) = \frac{q \cdot (L - x)^2}{2} \quad 0 \leq x \leq L$$

$$M_{max} = \frac{q \cdot L^2}{2}$$

# Equações de deflexão, Momento e Cortante

Barra em Balanço – Carga variável



Deflexão

$$y(x) = -\frac{q_1 \cdot x^2}{120 \cdot L \cdot E \cdot I} (10 \cdot L^3 - 10L^2x + 5x^2 - x^3)$$

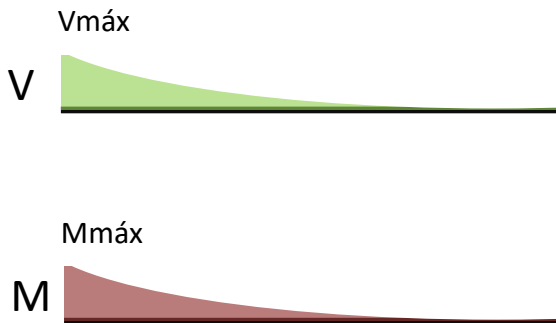
$$y_{max} = \frac{q_1 \cdot L^4}{30EI}$$

Esforço Cortante

$$V_{max} = \frac{q_1 \cdot L}{2}$$

Momento Fletor

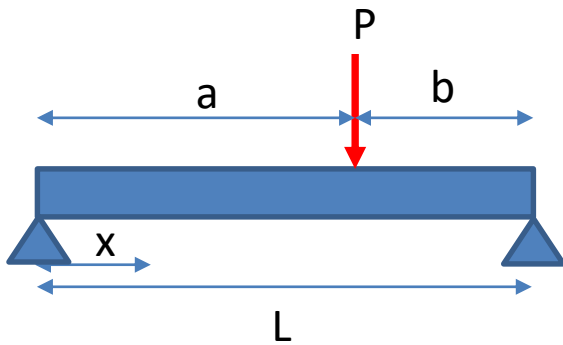
$$M_{max} = \frac{q_1 \cdot L^2}{6}$$





# Equações de deflexão, Momento e Cortante

Barra bi-apoiada – Carga pontual à distância 'a'



Deflexão

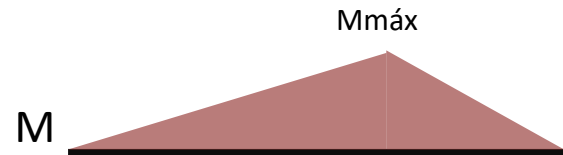
$$y(x) = -\frac{P \cdot b \cdot x}{6 \cdot L \cdot E \cdot I} (L^2 - b^2 - x^2) \quad \text{para } a > b$$

$$y_{max} = -\frac{P \cdot b \cdot \sqrt{(L^2 - b^2)^3}}{9\sqrt{3} \cdot L \cdot E \cdot I} \quad x = \sqrt{\frac{L^2 - b^2}{3}}$$



Esforço Cortante

$$V_1 = \frac{P \cdot b}{L} \quad V_2 = \frac{P \cdot a}{L}$$

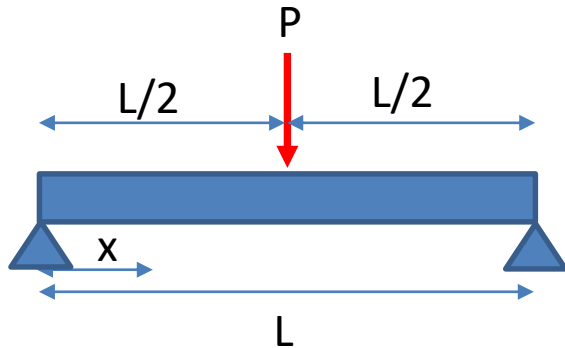


Momento Fletor

$$M_{max} = \frac{P \cdot a \cdot b}{L}$$

# Equações de deflexão, Momento e Cortante

Barra Bi-Apoiada – Carga pontual no centro



Deflexão

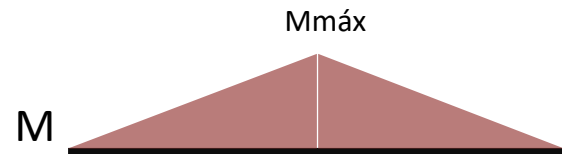
$$y(x) = -\frac{P \cdot L}{48 \cdot E \cdot I} (3L^2 - 4x^2) \quad \text{para } x < L/2$$

$$y_{max} = -\frac{P \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I} \quad x = \frac{L}{2}$$



Esforço Cortante

$$V_1 = -V_2 = P/2$$

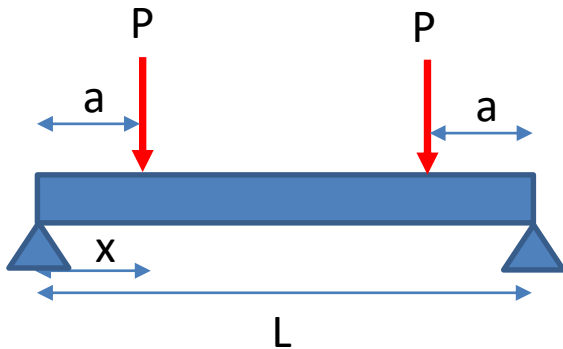


Momento Fletor

$$M_{max} = \frac{P \cdot L}{4}$$

# Equações de deflexão, Momento e Cortante

Barra bi-apoiada – Cargas pontuais simétricas em relação ao centro



Deflexão

$$y(x) = -\frac{P \cdot x}{6 \cdot E \cdot I} (3 \cdot a \cdot L - 3a^2 - x^2) \quad \text{para } x < a$$

$$y(x) = -\frac{P \cdot a}{6 \cdot E \cdot I} (3 \cdot x \cdot L - 3x^2 - a^2) \quad \text{para } x \text{ entre } a \text{ e } L - a$$

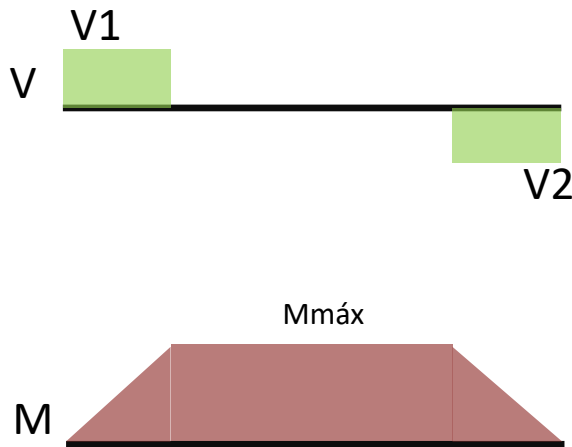
$$y_{max} = -\frac{P \cdot a}{24 \cdot E \cdot I} (3 \cdot L^2 - 4a^2) \quad x = \frac{L}{2}$$

Esforço Cortante

$$V_1 = -V_2 = P$$

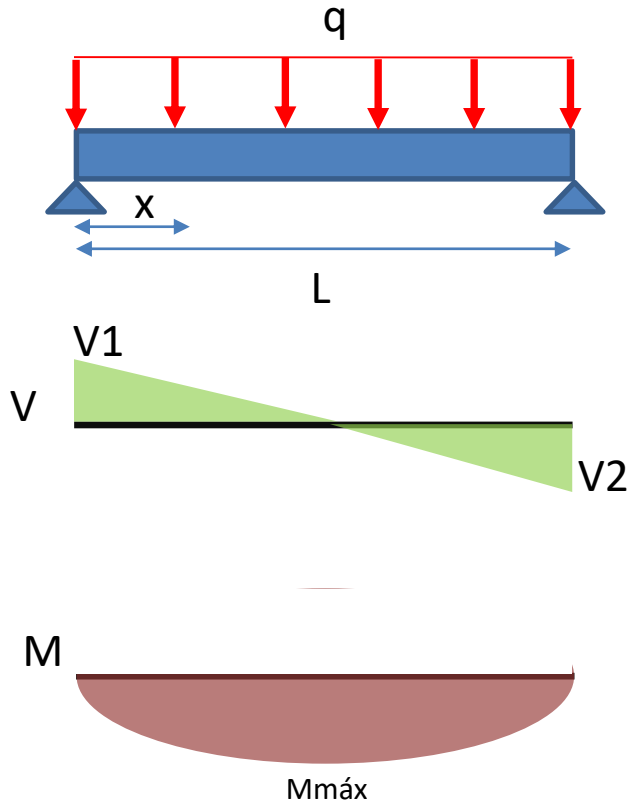
Momento Fletor

$$M_{max} = P \cdot a$$



# Equações de deflexão, Momento e Cortante

Barra bi-apoiada– Carga Uniformemente Distribuída



Deflexão

$$y(x) = -\frac{q \cdot x}{24EI} (L^3 - 2Lx^2 + x^3) \quad 0 \leq x \leq L$$

$$y_{\max} = \frac{5 \cdot q \cdot L^4}{384EI} \quad x = \frac{L}{2}$$

Esforço Cortante

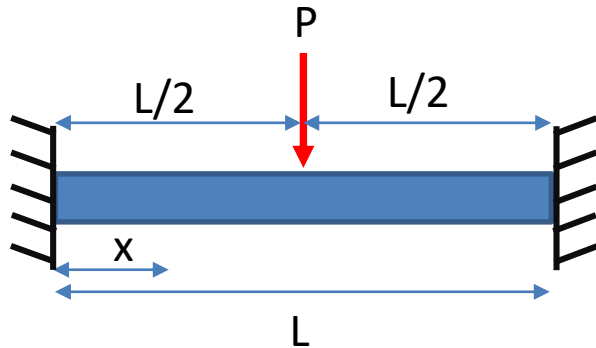
$$V_1 = -V_2 = q \cdot \frac{L}{2}$$

Momento Fletor

$$M_{\max} = \frac{q \cdot L^2}{8}$$

# Equações de deflexão, Momento e Cortante

Barra bi-engastada – Carga Pontual no centro



Deflexão

$$y(x) = -\frac{P \cdot x^2}{48 \cdot E \cdot I} (3L - 4x) \quad \text{para } x < L/2$$

$$y_{max} = -\frac{P \cdot L^3}{192 \cdot E \cdot I} \quad x = \frac{L}{2}$$

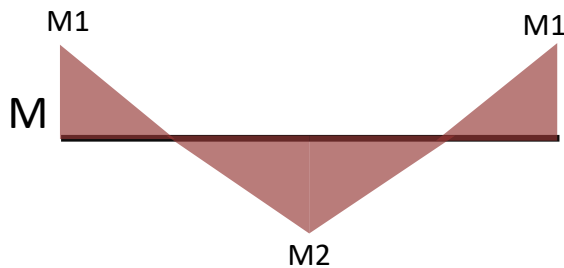
Esforço Cortante

$$V_1 = -V_2 = P/2$$

Momento Fletor

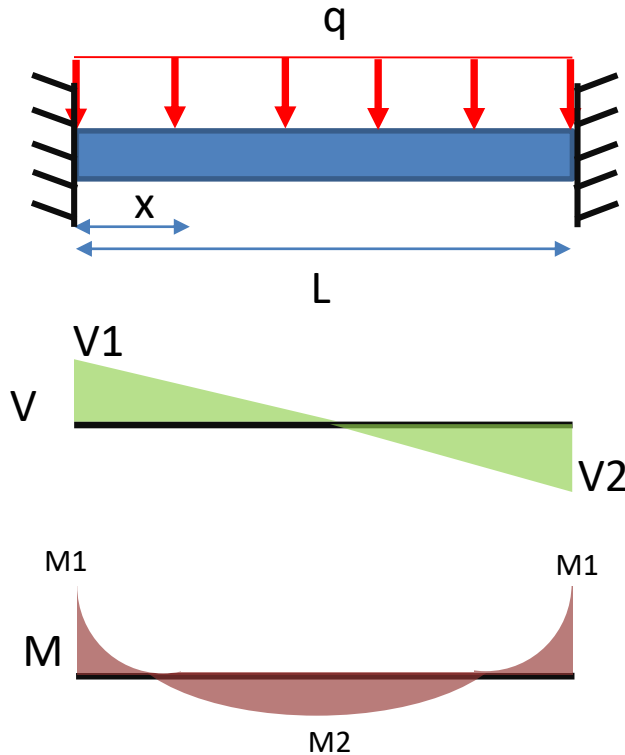
$$M(x) = \frac{P \cdot (4x - L)}{8}$$

$$M_1 = -M_2 = \frac{P \cdot L}{8}$$



# Equações de deflexão, Momento e Cortante

Barra bi-apoiada – Carga Uniformemente Distribuída



Deflexão

$$y(x) = -\frac{q \cdot x^2}{24EI} (L - x)^2 \quad 0 \leq x \leq L$$

$$y_{max} = -\frac{q \cdot L^4}{384EI} \quad x = \frac{L}{2}$$

Esforço Cortante

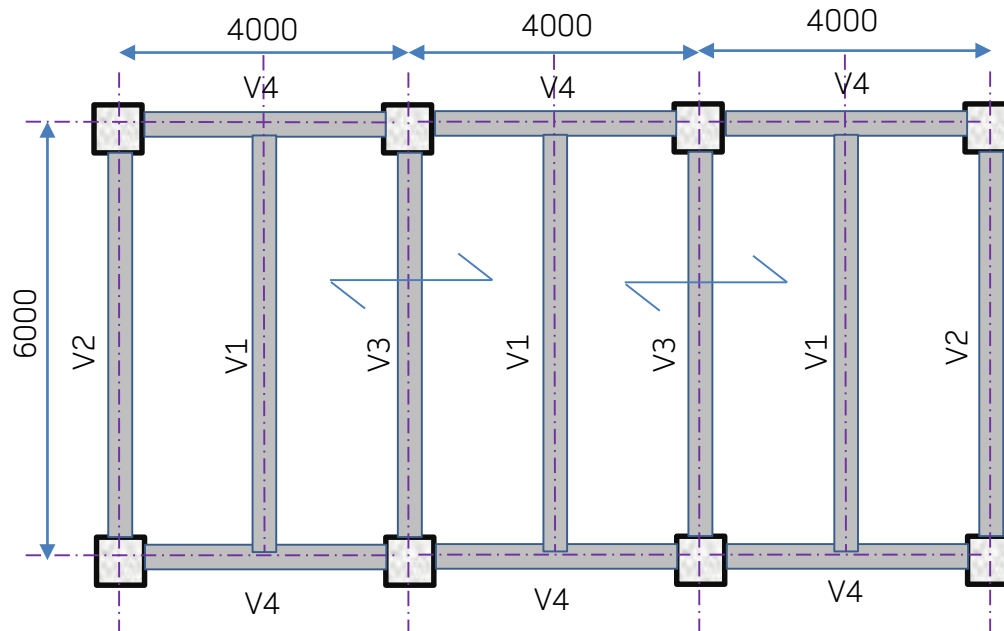
$$V_1 = -V_2 = q \cdot \frac{L}{2}$$

Momento Fletor

$$M(x) = q \cdot \frac{6Lx - 6x^2 - L^2}{12}$$

$$M_{max} = M_1 = \frac{q \cdot L^2}{12} \quad M_2 = \frac{q \cdot L^2}{24}$$

# Exercícios



Determinar a bitola das vigas V1, V2, V3 e V4, para que o deslocamento vertical máximo não ultrapasse o Limite  $L/350$  para as Vigas V1 e V3 e 15mm para as vigas V2 e V4, e os momentos fletores máximos não ultrapassem o limite de Plastificação total da Seção ( $M = Z \cdot F_y / 1,1$ ) **ATENÇÃO, ESSE DIMENSIONAMENTO TEM FINS DIDÁTICOS, O DIMENSIONAMENTO COMPLETO CONSIDERA AS FLAMBAGENS LOCAIS E GLOBAIS QUE SERÃO ESTUDADOS MAIS ADIANTE**

Cargas:

Laje H12 ( $2,37 \text{ kN/m}^2$ ) armada perpendicularmente a V1, V2 e V3

Contrapiso de 3cm

Piso Porcelanato 1cm ( $22 \text{ kg/m}^2$ )

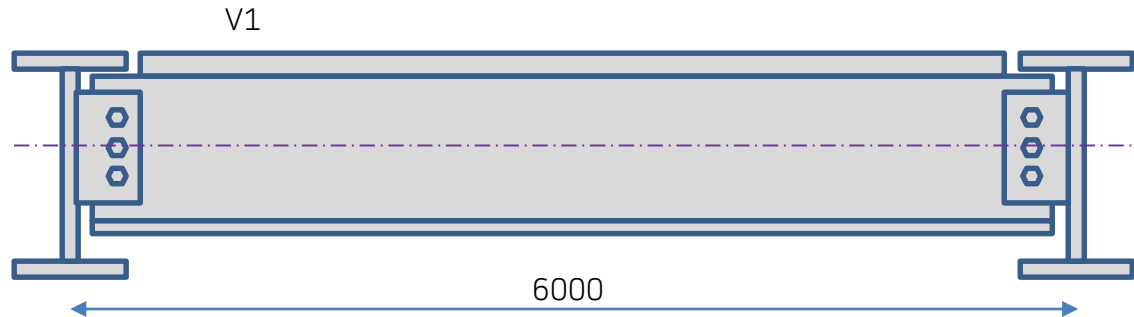
Paredes de tijolos cerâmicos de blocos vazados 9cm, de altura total 2,80m com reboco de 1cm de cada lado, sobre as vigas V2 e V4

Considerar sobrecarga para Escritórios

Considerar os pilares indeformáveis, de concreto dimensões 20x 20cm

*Curso de Projeto e Cálculo de Estruturas metálicas*

# Exercícios



Primeiro Linearizamos as cargas atuantes em V1, agrupando-as em Permanentes e Variáveis

## Cargas Permanentes:

$$\text{Laje} = Q_{\text{laje}} = 2,37 \times 2 = 4,74 \text{ kN/m}$$

$$\text{Contrapiso} = Q_{\text{cp}} = 21 \times 0,03 \times 2 = 1,26 \text{ kN/m}$$

$$\text{Piso Ceramico} = Q_{\text{piso}} = 0,22 \times 2 = 0,44 \text{ kN/m}$$

Peso Próprio da Viga: Estimativa = 40 kg/m = 0,4 kN/m (Caso encontremos viga 15% mais pesada, refazer os cálculos)

Cargas Permanentes Totais: 6,84 kN/m

## Cargas Variáveis:

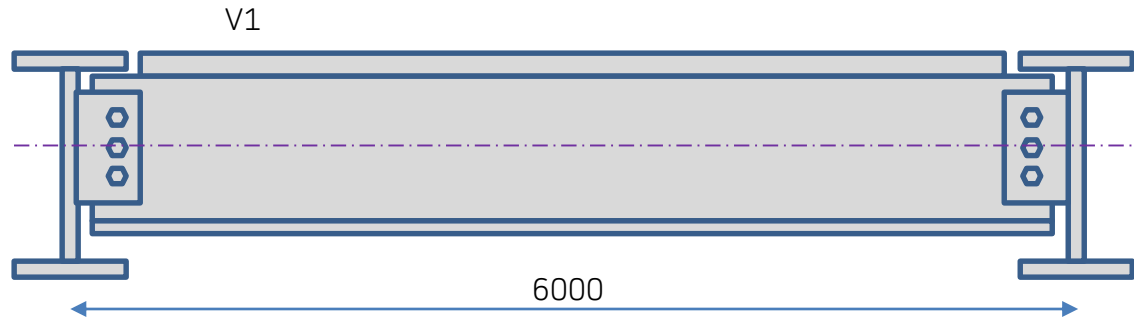
Sobrecarga para Escritórios NBR6120/19 (Salas de Uso Geral e Sanitários) = 2,5 kN/m<sup>2</sup> x 2 = 5 kN/m

Cargas Variáveis Totais: 5 kN/m

**CARGA PARA CÁLCULO DE ELS: 6,84 + 5 = 11,84 kN/m**



# Exercícios

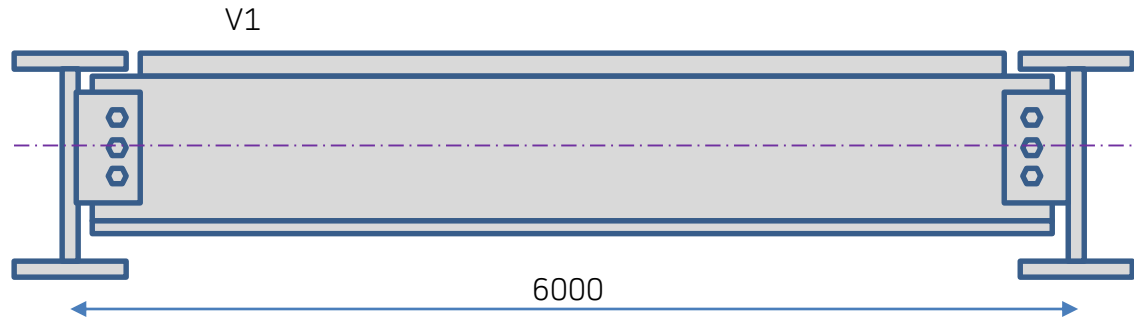


Agora, Determinamos a flecha Máxima com  $L/350 = 6000 / 350 = 17,14\text{mm}$  (1,714 cm)

$$y_{max} = \frac{5 \cdot q \cdot L^4}{384EI} \quad I_x = \frac{5 \cdot 0,1184 \cdot 600^4}{384 \cdot 20000 \cdot 1,714} = 5828,47 \text{ cm}^4$$

Sabemos que precisamos de uma peça com  $I_x$  mínimo de 5828,47 cm<sup>4</sup>

# Exercícios



Agora Linearizamos as cargas atuantes em V1, agrupando-as em Permanentes e Variáveis, Aplicando os Respectivos Coeficientes de Majoração para determinar o ELU

## Cargas Permanentes:

$$\text{Laje} = Q_{\text{laje}} = 2,37 \times 2 \times 1,35 = 6,40 \text{ kN/m}$$

$$\text{Contrapiso} = Q_{\text{cp}} = 21 \times 0,03 \times 2 \times 1,35 = 1,70 \text{ kN/m}$$

$$\text{Piso Ceramico} = Q_{\text{piso}} = 0,22 \times 2 \times 1,40 = 0,62 \text{ kN/m}$$

$$\text{Peso Próprio da Viga: Estimativa} = 40 \text{ kg/m} = 0,4 \text{ kN/m} \times 1,25 = 0,50 \text{ kN/m}$$

$$\text{Cargas Permanentes Totais: } \underline{9,22 \text{ kN/m}}$$

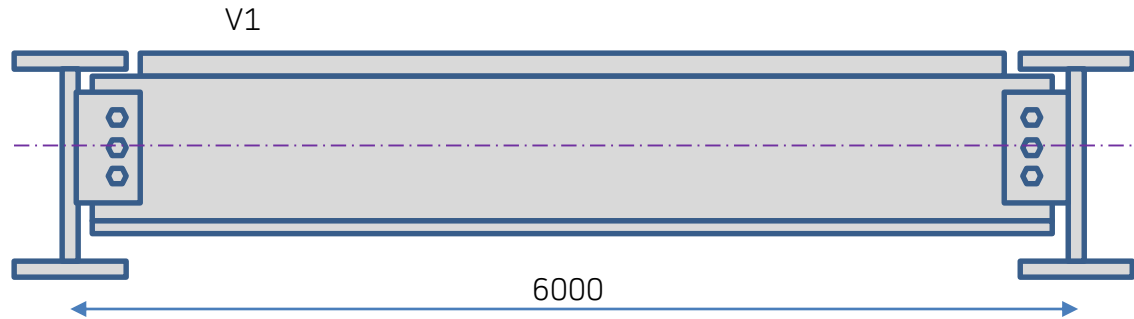
## Cargas Variáveis:

$$\text{Sobrecarga para Escritórios (NBR6120/19 9Salas de Uso Geral e Sanitários)} = 2,5 \text{ kN/m}^2 \times 2 = 5 \text{ kN/m} \times 1,5 = 7,5 \text{ kN/m}$$

$$\text{Cargas Variáveis Totais: } \underline{7,5 \text{ kN/m}}$$

$$\text{CARGA PARA CÁLCULO DE ELU: } 9,22 + 7,5 = 16,72 \text{ kN/m}$$

# Exercícios



Determinamos o Momento Fletor Máximo na viga

$$M_{Max} = \frac{q \cdot L^2}{8} \quad M_{Max} = \frac{0,1672 \cdot 6000^2}{8} = 7524 \text{ kN.cm}$$

Comparamos com o limite de plastificação total da Seção (Adotaremos Perfil W Gerdau ASTM A572Gr50 com  $F_y = 34,5 \text{ kN/cm}^2$ ):

$$M_{Rd} = \frac{Z_x \cdot F_y}{1,1} \quad 7524 = \frac{Z_x \cdot 34,5}{1,1} \quad Z_x = 240 \text{ cm}^3$$

De posse dessas informações ( $I_x = 5828,47 \text{ cm}^4$  e  $Z_x = 240 \text{ cm}^3$ ) buscamos o perfil desejado na tabela de bitolas da Gerdau

# Exercícios

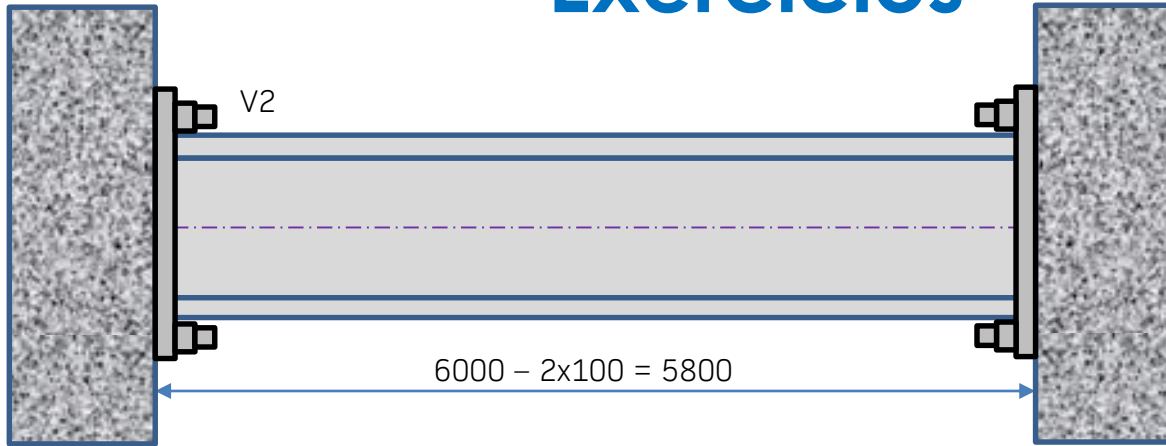
O perfil mais Leve que atende aos requisitos é o W310X32,7 ( $I_x = 6570\text{cm}^4$  e  $Z_x = 485,3 \text{ cm}^3$ ), porém o Perfil W360X32,9 nos oferece muito mais rigidez com um leve aumento de 0,2 kg/m.

Selecionar o W310X32,7 não é errado, mas nesse caso, se não houver nenhuma restrição adicional, vale a pena optar pelo W360X32,9 e é isso que faremos nesse exercício

## TABELA DE BITOLAS

BITOLA mm x kg/m	Massa Linear kg/m	d mm	b <sub>f</sub> mm	ESPESSURA		h mm	d' mm	Área cm <sup>2</sup>	EIXO X - X				EIXO Y - Y				r <sub>c</sub> cm	I <sub>y</sub> cm <sup>4</sup>	ESBELTEZ		C <sub>w</sub> cm <sup>6</sup>	u m <sup>2</sup> /m	BITOLA in x lb/ft
				t <sub>w</sub> mm	t <sub>f</sub> mm				I <sub>x</sub> cm <sup>4</sup>	W <sub>x</sub> cm <sup>3</sup>	r <sub>x</sub> cm	Z <sub>x</sub> cm <sup>3</sup>	I <sub>y</sub> cm <sup>4</sup>	W <sub>y</sub> cm <sup>3</sup>	r <sub>y</sub> cm	Z <sub>y</sub> cm <sup>3</sup>			MESA - λ <sub>r</sub> b <sub>f</sub> /2t <sub>f</sub>	ALMA - λ <sub>w</sub> d'/t <sub>w</sub>			
W 310 x 21,0	21,0	303	101	5,1	5,7	292	272	27,2	3776	249,2	11,77	291,9	98	19,5	1,90	31,4	2,42	3,27	8,86	53,25	21.628	0,98	W 12 x 14
W 310 x 23,8	23,8	305	101	5,6	6,7	292	272	30,7	4346	285,0	11,89	333,2	116	22,9	1,94	36,9	2,45	4,65	7,54	48,50	25.594	0,99	W 12 x 16
W 310 x 28,2	28,2	309	102	6,0	8,0	291	271	36,5	5500	356,0	12,28	412,0	158	31,0	2,08	40,4	2,55	8,14	5,73	45,20	35.441	1,00	W 12 x 19
W 310 x 32,7	32,7	313	102	6,6	10,8	291	271	42,1	6570	419,8	12,49	485,3	192	37,6	2,13	59,8	2,58	12,91	4,72	41,12	43.612	1,00	W 12 x 22
W 310 x 38,7	38,7	310	165	5,8	9,7	291	271	49,7	8581	553,6	13,14	615,4	727	88,1	3,82	134,9	4,38	13,20	8,51	46,66	163.728	1,25	W 12 x 26
W 310 x 44,5	44,5	313	166	6,6	11,2	291	271	57,2	9997	638,8	13,22	712,8	855	103,0	3,87	158,0	4,41	19,90	7,41	41,00	194.433	1,26	W 12 x 30
W 310 x 52,0	52,0	317	167	7,6	13,2	291	271	67,0	11909	751,4	13,33	842,5	1026	122,9	3,91	188,8	4,45	31,81	6,33	35,61	236.422	1,27	W 12 x 35
W 310 x 60,0*	60,0	303	203	7,5	13,1	277	245	76,1	12908	852,0	13,02	944,3	1829	228,7	4,90	275,4	5,48	40,46	6,29	26,11	383.747	1,38	W 12 x 40
W 310 x 67,0*	67,0	306	204	8,5	14,6	277	245	85,3	14559	951,5	13,06	1060,4	2069	202,8	4,92	310,5	5,51	55,35	6,99	28,80	438.542	1,38	W 12 x 45
W 310 x 74,0*	74,0	310	205	9,4	16,3	277	245	95,1	16501	1064,6	13,17	1192,0	2344	180,2	4,96	350,5	5,54	75,51	7,75	32,64	504.715	1,39	W 12 x 50
HP 310 x 79,0 (H)	79,0	299	306	11,0	11,0	277	245	100,0	16316	1091,3	12,77	1210,1	5258	343,7	7,25	525,4	8,20	46,72	13,91	22,27	1.089.258	1,77	HP 12 x 53
HP 310 x 93,0 (H)	93,0	303	308	13,1	13,1	277	245	119,2	19682	1299,1	12,85	1450,3	6387	414,7	7,32	635,5	8,26	77,33	11,76	18,69	1.340.320	1,78	HP 12 x 63
W 310 x 97,0 (H)	97,0	308	305	9,9	15,4	277	245	123,6	22284	1447,0	13,43	1594,2	7286	477,8	7,68	725,0	8,38	92,12	9,90	24,77	1.558.682	1,79	W 12 x 65
W 310 x 107,0 (H)	107,0	311	306	10,9	17,0	277	245	136,4	24839	1597,3	13,49	1768,2	8123	530,9	7,72	806,1	8,41	122,68	9,00	22,48	1.754.271	1,80	W 12 x 72
HP 310x110,0 (H)	110,0	308	310	15,4	15,5	277	245	141,0	23703	1539,1	12,97	1730,6	7707	497,3	7,39	763,7	8,33	125,66	10,00	15,91	1.646.104	1,80	HP 12 x 74
W 310 x 117,0 (H)	117,0	314	307	11,9	18,7	277	245	149,9	27563	1755,6	13,56	1952,6	9024	587,9	7,76	893,1	8,44	161,61	8,21	20,55	1.965.950	1,80	W 12 x 79
HP 310x125,0 (H)	125,0	312	312	17,4	17,4	277	245	159,0	27076	1735,6	13,05	1963,3	8823	565,6	7,45	870,6	8,38	177,98	8,97	14,09	1.911.029	1,81	HP 12 x 84
W 310 x 129,0 (H)*	129,0	318	308	13,1	20,6	277	245	165,4	30819	1938,3	13,65	2167,6	10039	651,9	7,79	991,2	8,48	214,66	7,48	18,69	2.218.146	1,81	W 12 x 87
HP 310 x 132 (H)	132,0	314	313	18,3	18,3	277	245	167,5	28731	1830,0	13,10	2075,5	9371	598,8	7,48	922,4	8,41	206,79	8,55	13,41	2.044.445	1,82	HP 12 x 89
W 310 x 143,0 (H)*	143,0	323	309	14,0	22,9	277	245	182,5	34812	2155,6	13,81	2422,2	11270	729,4	7,86	1109,2	8,52	288,76	6,75	17,51	2.535.314	1,83	W 12 x 96
W 310 x 158,0 (H)*	158,0	327	310	15,5	25,1	277	245	200,7	38681	2365,8	13,88	2675,7	12474	804,8	7,88	1225,2	8,55	379,96	6,18	15,79	2.839.709	1,84	W 12 x 106
W 310 x 179,0 (H)*	179,0	333	313	18,0	28,1	277	245	227,9	44580	2677,5	13,99	3056,2	14378	918,7	7,94	1401,7	8,62	541,03	5,57	13,60	3.337.666	1,85	W 12 x 120
W 310 x 202,0 (H)*	202,0	341	315	20,1	31,8	277	245	258,3	52030	3051,6	14,19	3513,7	16589	1053,2	8,01	1608,7	8,69	777,99	4,95	12,21	3.959.374	1,87	W 12 x 136
W 360 x 32,9	32,9	349	127	5,8	8,5	332	308	42,1	8358	479,0	14,09	547,6	291	45,9	2,63	72,0	3,20	9,15	7,47	53,10	84.111	1,17	W 14 x 22
W 360 x 39,0	39,0	353	128	6,5	10,7	332	308	50,2	10331	585,3	14,35	667,7	375	58,6	2,73	91,9	3,27	15,83	5,98	47,32	109.551	1,18	W 14 x 26
W 360 x 44,6	44,6	352	171	6,9	9,8	332	308	57,7	12258	696,5	14,58	784,3	818	95,7	3,77	148,0	4,43	16,70	8,72	44,70	239.091	1,35	W 14 x 30
W 360 x 51,0	51,0	355	171	7,2	11,6	332	308	64,8	14222	801,2	14,81	899,5	968	113,3	3,87	174,7	4,49	24,65	7,37	42,75	284.994	1,36	W 14 x 34
W 360 x 58	58,0	358	172	7,9	13,1	332	308	72,5	16143	901,8	14,92	1014,8	1113	129,4	3,92	199,8	4,53	34,45	6,56	38,96	330.394	1,37	W 14 x 38
W 360 x 64,0	64,0	347	203	7,7	13,5	320	288	81,7	17890	1031,1	14,80	1145,5	1885	185,7	4,80	284,5	5,44	44,57	7,52	37,40	523.362	1,46	W 14 x 43
W 360 x 72,0	72,0	350	204	8,6	15,1	320	288	91,3	20169	1152,5	14,86	1285,9	2140	209,8	4,84	321,8	5,47	61,18	6,75	33,47	599.082	1,47	W 14 x 48
W 360 x 79,0	79,0	354	205	9,4	16,8	320	288	101,2	22713	1283,2	14,98	1437,0	2416	235,7	4,89	361,9	5,51	82,41	6,10	30,68	685.701	1,48	W 14 x 53
W 360 x 91,0 (H)	91,0	353	254	9,5	16,4	320	288	115,9	26755	1515,9	15,19	1680,1	4483	353,0	6,22	538,1	6,90	92,61	7,74	30,34	1.268.709	1,68	W 14 x 61

# Exercícios



Linearizamos as cargas atuantes em V2, agrupando-as em Permanentes e Variáveis

## Cargas Permanentes:

$$\text{Laje} = Q_{\text{laje}} = 2,37 \times 1,0 = 2,37 \text{ kN/m}$$

$$\text{Contrapiso} = Q_{\text{cp}} = 21 \times 0,03 \times 1,0 = 0,63 \text{ kN/m}$$

$$\text{Piso Cerâmico} = Q_{\text{piso}} = 0,22 \times 1,0 = 0,22 \text{ kN/m}$$

Peso Próprio da Viga: Estimativa = 40 kg/m = 0,40 kN/m (Caso encontrarmos viga 15% mais pesada, refazer os cálculos)

$$\text{Carga Paredes} = Q_{\text{par}} = 1,1 \text{ kN/m}^2 \times 2,8\text{m} = 3,08 \text{ kN/m}$$

Cargas Permanentes Totais: 6,70 kN/m

## Cargas Variáveis:

$$\text{Sobrecarga para Escritórios NBR6120/19 (Salas de Uso Geral e Sanitários)} = 2,5 \text{ kN/m}^2 \times 1,0 = 2,5 \text{ kN/m}$$

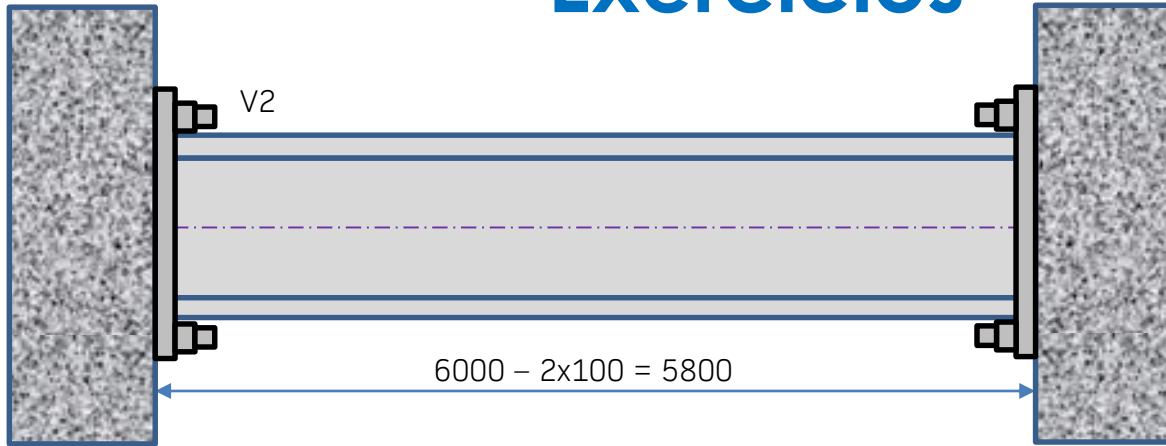
Cargas Variáveis Totais: 2,5 kN/m

**CARGA PARA CÁLCULO DE ELS: 6,70 + 2,5 = 9,20 kN/m**

Tabela 2 – Alvenarias

Alvenaria	Espessura nominal do elemento cm	Peso - Espessura de revestimento por face kN/m <sup>2</sup>		
		0 cm	1 cm	2 cm
Bloco cerâmico vazado (Furo horizontal - ABNT NBR 15270-1)	9	0,7	1,1	1,6
	11,5	0,9	1,3	1,7
	14	1,1	1,5	1,9
	19	1,4	1,8	2,3

# Exercícios

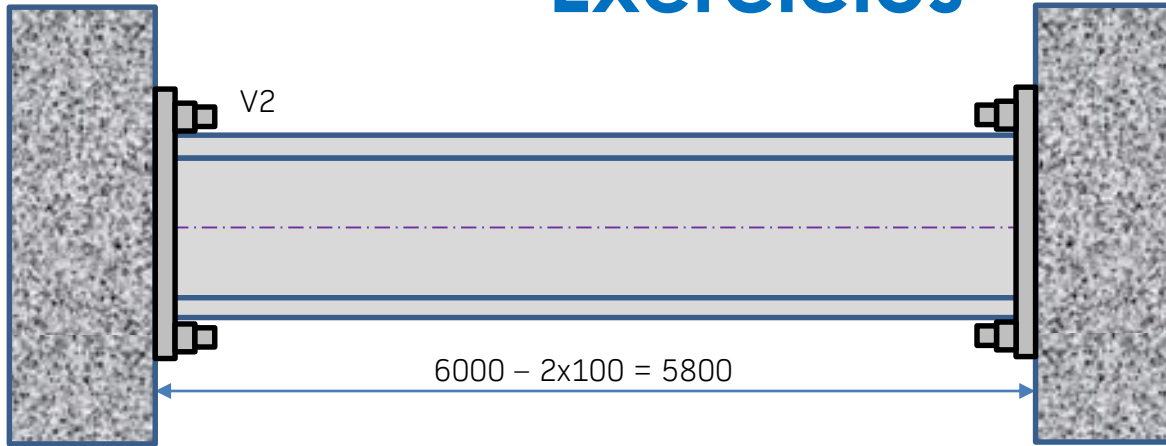


Agora, Determinamos a flecha Máxima : 15mm ou 1,5cm

$$y_{max} = \frac{q \cdot L^4}{384EI} \quad I_x = \frac{0,0920 \cdot 580^4}{384 \cdot 20000 \cdot 1,5} = 904 \text{ cm}^4$$

Sabemos que precisamos de uma peça com  $I_x$  mínimo de 904 cm<sup>4</sup>

# Exercícios



Agora Linearizamos as cargas atuantes em V2, agrupando-as em Permanentes e Variáveis, Aplicando os Respectivos Coeficientes de Majoração para determinar o ELU

## Cargas Permanentes:

$$\text{Laje} = Q_{\text{laje}} = 2,37 \times 1 \times 1,35 = 3,20 \text{ kN/m}$$

$$\text{Contrapiso} = Q_{\text{cp}} = 21 \times 0,03 \times 1 \times 1,35 = 0,85 \text{ kN/m}$$

$$\text{Piso Ceramico} = Q_{\text{piso}} = 0,22 \times 1 \times 1,40 = 0,31 \text{ kN/m}$$

$$\text{Peso Próprio da Viga: Estimativa} = 40 \text{ kg/m} = 0,4 \text{ kN/m} \times 1,25 = 0,50 \text{ kN/m}$$

$$\text{Carga Paredes} = Q_{\text{par}} = 1,1 \text{ kN/m}^2 \times 2,8\text{m} \times 1,4 = 4,312 \text{ kN/m}$$

Cargas Permanentes Totais: 9,18 kN/m

## Cargas Variáveis:

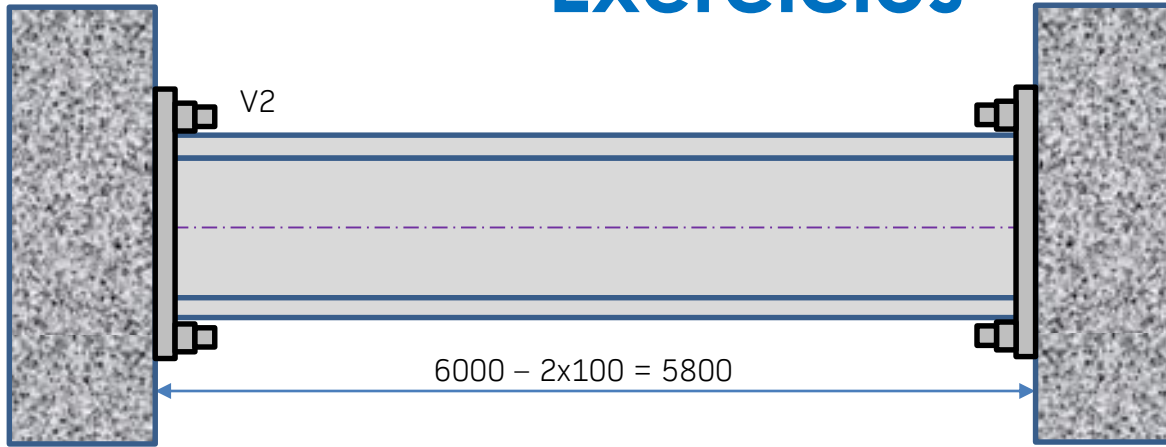
$$\text{Sobrecarga para Escritórios (NBR6120/19 9Salas de Uso Geral e Sanitários)} = 2,5 \text{ kN/m}^2 \times 1 = 2,5 \text{ kN/m} \times 1,5 = 3,75 \text{ kN/m}$$

Cargas Variáveis Totais: 3,75 kN/m

**CARGA PARA CÁLCULO DE ELU:  $9,18 + 3,75 = 12,93 \text{ kN/m}$**

*Curso de Projeto e Cálculo de Estruturas metálicas*

# Exercícios



Determinamos o Momento Fletor Máximo na viga

$$M_{Max} = \frac{q \cdot L^2}{12} \quad M_{Max} = \frac{0,1293 \cdot 580^2}{8} = 3624 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

Comparamos com o limite de plastificação total da Seção (Adotaremos Perfil W Gerdau ASTM A572Gr50 com  $F_y = 34,5 \text{ kN/cm}^2$ ):

$$M_{Rd} = \frac{Z_x \cdot F_y}{1,1} \quad 3624 = \frac{Z_x \cdot 34,5}{1,1} \quad Z_x = 116 \text{ cm}^3$$

De posse dessas informações ( $I_x = 904 \text{ cm}^4$  e  $Z_x = 116 \text{ cm}^3$ ) buscamos o perfil desejado na tabela de bitolas da Gerdau



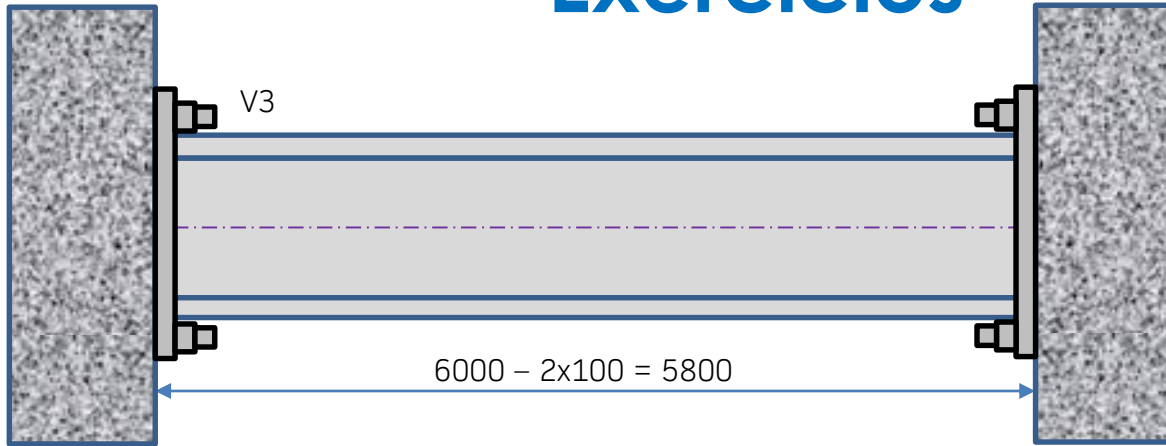
# Exercícios

O perfil mais Leve que atende aos requisitos é o W200X15 ( $I_x = 1305\text{cm}^4$  e  $Z_x = 147,9 \text{ cm}^3$ )

Em casos reais pode ser necessário adotar o perfil W 360X32,9 devido a questões estéticas, mas se isso não for um limitador, o Perfil W200x15 é a opção mais econômica. Adotaremos W200X15

BITOLA mm x kg/m	Massa Linear kg/m	d mm	b mm	ESPESSURA		h mm	d' mm	Área cm <sup>2</sup>	EIXO X - X				EIXO Y - Y				r <sub>x</sub> cm	I <sub>x</sub> cm <sup>4</sup>	ESBELTEZ		C <sub>w</sub> cm <sup>6</sup>	u m <sup>2</sup> /m	BITOLA in x lb/ft
				t <sub>w</sub> mm	t <sub>f</sub> mm				I <sub>y</sub> cm <sup>4</sup>	W <sub>y</sub> cm <sup>3</sup>	r <sub>y</sub> cm	Z <sub>y</sub> cm <sup>3</sup>	MESA - λ <sub>y</sub> b / 2t <sub>w</sub>	ALMA - λ <sub>w</sub> d' / t <sub>w</sub>									
				mm	mm				cm <sup>4</sup>	cm <sup>3</sup>	cm	cm <sup>3</sup>	cm	cm <sup>3</sup>									
W 150 x 13,0	13,0	148	100	4,3	4,9	138	118	16,6	635	85,8	6,18	96,4	82	16,4	2,22	25,5	2,60	1,72	10,20	27,49	4.181	0,67	W 6 x 8,5
W 150 x 18,0	18,0	153	102	5,8	7,1	139	119	23,4	939	122,8	6,34	139,4	126	24,7	2,32	38,5	2,69	4,34	7,18	20,48	6.683	0,69	W 6 x 12
W 150 x 22,5 (H)	22,5	152	152	5,8	6,6	139	119	29,0	1229	161,7	6,51	179,6	387	50,9	3,65	77,9	4,10	4,75	11,52	20,48	20.417	0,88	W 6 x 15
W 150 x 24,0	24,0	160	102	6,6	10,3	139	115	31,5	1384	173,0	6,63	197,6	183	35,9	2,41	55,8	2,73	11,08	4,95	17,48	10.206	0,69	W 6 x 16
W 150 x 29,8 (H)	29,8	157	153	6,6	9,3	138	118	38,5	1739	221,5	6,72	247,5	556	72,6	3,80	110,8	4,18	10,95	8,23	17,94	30.277	0,90	W 6 x 20
W 150 x 37,1 (H)	37,1	162	154	8,1	11,6	139	119	47,8	2244	277,0	6,85	313,5	707	91,8	3,84	140,4	4,22	20,58	6,64	14,67	39.930	0,91	W 6 x 25
W 200 x 15,0	15,0	200	100	4,3	5,2	190	170	19,4	1305	130,5	8,20	147,9	87	17,4	2,12	27,3	2,55	2,05	9,62	39,44	8.222	0,77	W 8 x 10
W 200 x 19,3	19,3	203	102	5,8	6,5	190	170	25,1	1686	166,1	8,19	190,6	116	22,7	2,14	35,9	2,59	4,02	7,85	29,31	11.098	0,79	W 8 x 13
W 200 x 22,5	22,5	206	102	6,2	8,0	190	170	29,0	2029	197,0	8,37	225,5	142	27,9	2,22	43,9	2,63	6,18	6,38	27,42	13.868	0,79	W 8 x 15
W 200 x 26,6	26,6	207	133	5,8	8,4	190	170	34,2	2611	252,3	8,73	282,3	330	49,6	3,10	76,3	3,54	7,65	7,92	29,34	32.477	0,92	W 8 x 18
W 200 x 31,3	31,3	210	134	6,4	10,2	190	170	40,3	3168	301,7	8,86	338,6	410	61,2	3,19	94,0	3,60	12,59	6,57	26,50	40.822	0,93	W 8 x 21
W 200 x 35,9 (H)	35,9	201	165	6,2	10,2	181	161	45,7	3437	342,0	8,67	379,2	764	92,6	4,09	141,0	4,50	14,51	8,09	25,90	69.502	1,03	W 8 x 24
W 200 x 41,7 (H)	41,7	205	166	7,2	11,8	181	157	53,5	4114	401,4	8,77	448,6	901	108,5	4,10	165,7	4,53	23,19	7,03	21,86	83.948	1,04	W 8 x 28
W 200 x 46,1 (H)	46,1	203	203	7,2	11,0	181	161	58,6	4543	447,6	8,81	495,3	1535	151,2	5,12	229,5	5,58	22,01	9,23	22,36	141.342	1,19	W 8 x 31
W 200 x 52,0 (H)	52,0	206	204	7,9	12,6	181	157	66,9	5298	514,4	8,90	572,5	1784	174,9	5,16	265,8	5,61	33,34	8,10	19,85	166.710	1,19	W 8 x 35
HP 200 x 53,0 (H)	53,0	204	207	11,3	11,3	181	161	68,1	4977	488,0	8,55	551,3	1673	161,7	4,96	248,6	5,57	31,93	9,16	14,28	155.075	1,20	HP 8 x 36
W 200 x 59,0 (H)	59,0	210	205	9,1	14,2	182	158	76,0	6140	584,8	8,99	655,9	2041	199,1	5,18	303,0	5,64	47,69	7,22	17,32	195.418	1,20	W 8 x 40
W 200 x 71,0 (H)	71,0	216	206	10,2	17,4	181	161	91,0	7660	709,2	9,17	803,2	2537	246,3	5,28	374,5	5,70	81,66	5,92	15,80	249.976	1,22	W 8 x 48
W 200 x 86,0 (H)	86,0	222	209	13,0	20,6	181	157	110,9	9498	855,7	9,26	984,2	3139	300,4	5,32	458,7	5,77	142,19	5,07	12,06	317.844	1,23	W 8 x 58
W 200 x 100,0 (H)*	100,0	229	210	14,5	23,7	182	158	127,1	11355	991,7	9,45	1152,2	3664	349,0	5,37	533,4	5,80	212,61	4,43	10,87	385.454	1,25	W 8 x 67
W 250 x 17,9	17,9	251	101	4,8	5,3	240	220	23,1	2291	182,6	9,96	211,0	91	18,1	1,99	28,8	2,48	2,54	9,53	45,92	13.735	0,88	W 10 x 12
W 250 x 22,3	22,3	254	102	5,8	6,9	240	220	28,9	2939	231,4	10,09	267,7	123	24,1	2,06	38,4	2,54	4,77	7,39	37,97	18.629	0,89	W 10 x 15
W 250 x 25,3	25,3	257	102	6,1	8,4	240	220	32,6	3473	270,2	10,31	311,1	149	29,3	2,14	46,4	2,58	7,06	6,07	36,10	22.955	0,89	W 10 x 17
W 250 x 28,4	28,4	260	102	6,4	10,0	240	220	36,6	4046	311,2	10,51	357,3	178	34,8	2,20	54,9	2,62	10,34	5,10	34,38	27.636	0,90	W 10 x 19
W 250 x 32,7	32,7	258	146	6,1	9,1	240	220	42,1	4937	382,7	10,83	428,5	473	64,8	3,35	99,7	3,86	10,44	8,02	36,03	73.104	1,07	W 10 x 22
W 250 x 38,5	38,5	262	147	6,6	11,2	240	220	49,6	6057	462,4	11,05	517,8	594	80,8	3,46	124,1	3,93	17,63	6,56	33,27	93.242	1,08	W 10 x 26
W 250 x 44,8	44,8	266	148	7,6	13,0	240	220	57,6	7158	538,2	11,15	606,3	704	95,1	3,50	146,4	3,96	27,14	5,69	28,95	112.398	1,09	W 10 x 30

# Exercícios



Linearizamos as cargas atuantes em V3, agrupando-as em Permanentes e Variáveis

## Cargas Permanentes:

$$\text{Laje} = Q_{\text{laje}} = 2,37 \times 2 = 4,74 \text{ kN/m}$$

$$\text{Contrapiso} = Q_{\text{cp}} = 21 \times 0,03 \times 2 = 1,26 \text{ kN/m}$$

$$\text{Piso Cerâmico} = Q_{\text{piso}} = 0,22 \times 2 = 0,44 \text{ kN/m}$$

Peso Próprio da Viga: Estimativa = 40 kg/m = 0,4 kN/m (Caso encontremos viga 15% mais pesada, refazer os cálculos)

Cargas Permanentes Totais: 6,84 kN/m

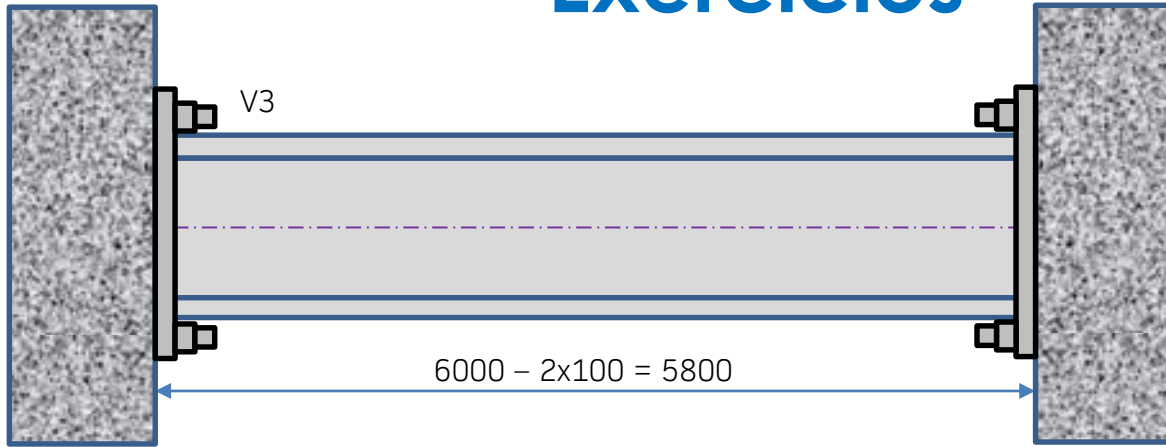
## Cargas Variáveis:

Sobrecarga para Escritórios NBR6120/19 (Salas de Uso Geral e Sanitários) = 2,5 kN/m<sup>2</sup> x 2 = 5 kN/m

Cargas Variáveis Totais: 5 kN/m

**CARGA PARA CÁLCULO DE ELS: 6,84 + 5 = 11,84 kN/m**

# Exercícios

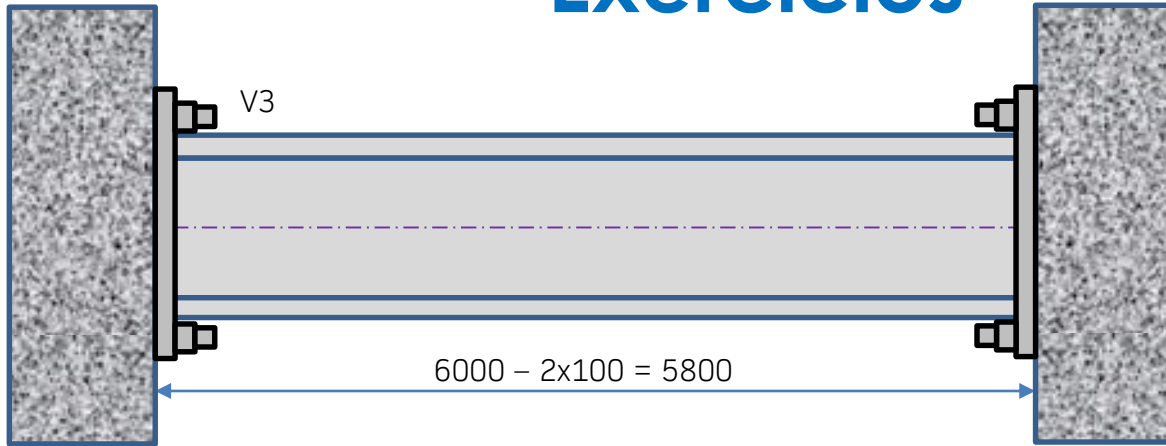


Agora, Determinamos a flecha Máxima com  $L/350 = 5800 / 350 = 16,57\text{mm}$  (1,657 cm)

$$y_{max} = \frac{q \cdot L^4}{384EI} \quad I_x = \frac{0,1184 \cdot 580^4}{384 \cdot 20000 \cdot 1,657} = 1053 \text{ cm}^4$$

Sabemos que precisamos de uma peça com  $I_x$  mínimo de 1053 cm<sup>4</sup>

# Exercícios



Agora Linearizamos as cargas atuantes em V1, agrupando-as em Permanentes e Variáveis, Aplicando os Respectivos Coeficientes de Majoração para determinar o ELU

## Cargas Permanentes:

$$\text{Laje} = Q_{\text{laje}} = 2,37 \times 2 \times 1,35 = 6,40 \text{ kN/m}$$

$$\text{Contrapiso} = Q_{\text{cp}} = 21 \times 0,03 \times 2 \times 1,35 = 1,70 \text{ kN/m}$$

$$\text{Piso Ceramico} = Q_{\text{piso}} = 0,22 \times 2 \times 1,40 = 0,62 \text{ kN/m}$$

$$\text{Peso Próprio da Viga: Estimativa} = 40 \text{ kg/m} = 0,4 \text{ kN/m} \times 1,25 = 0,50 \text{ kN/m}$$

$$\text{Cargas Permanentes Totais: } \underline{9,22 \text{ kN/m}}$$

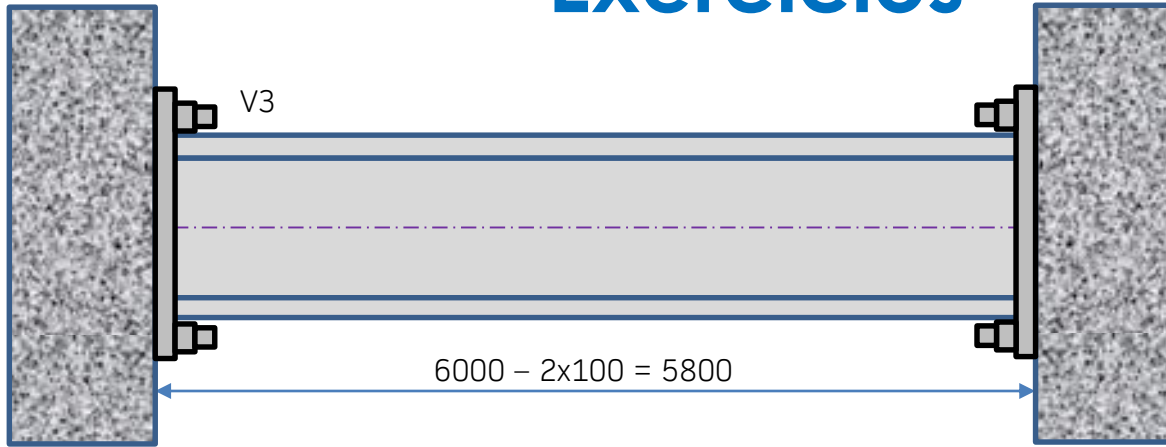
## Cargas Variáveis:

$$\text{Sobrecarga para Escritórios (NBR6120/19 9Salas de Uso Geral e Sanitários)} = 2,5 \text{ kN/m}^2 \times 2 = 5 \text{ kN/m} \times 1,5 = 7,5 \text{ kN/m}$$

$$\text{Cargas Variáveis Totais: } \underline{7,5 \text{ kN/m}}$$

$$\text{CARGA PARA CÁLCULO DE ELU: } 9,22 + 7,5 = 16,72 \text{ kN/m}$$

# Exercícios



Determinamos o Momento Fletor Máximo na viga

$$M_{Max} = \frac{q \cdot L^2}{12} \quad M_{Max} = \frac{0,1672 \cdot 5800^2}{12} = 4688 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

Comparamos com o limite de plastificação total da Seção (Adotaremos Perfil W Gerdau ASTM A572Gr50 com  $F_y = 34,5 \text{ kN/cm}^2$ ):

$$M_{Rd} = \frac{Z_x \cdot F_y}{1,1} \quad 4688 = \frac{Z_x \cdot 34,5}{1,1} \quad Z_x = 150 \text{ cm}^3$$

De posse dessas informações ( $I_x = 1053 \text{ cm}^4$  e  $Z_x = 150 \text{ cm}^3$ ) buscamos o perfil desejado na tabela de bitolas da Gerdau

# Exercícios

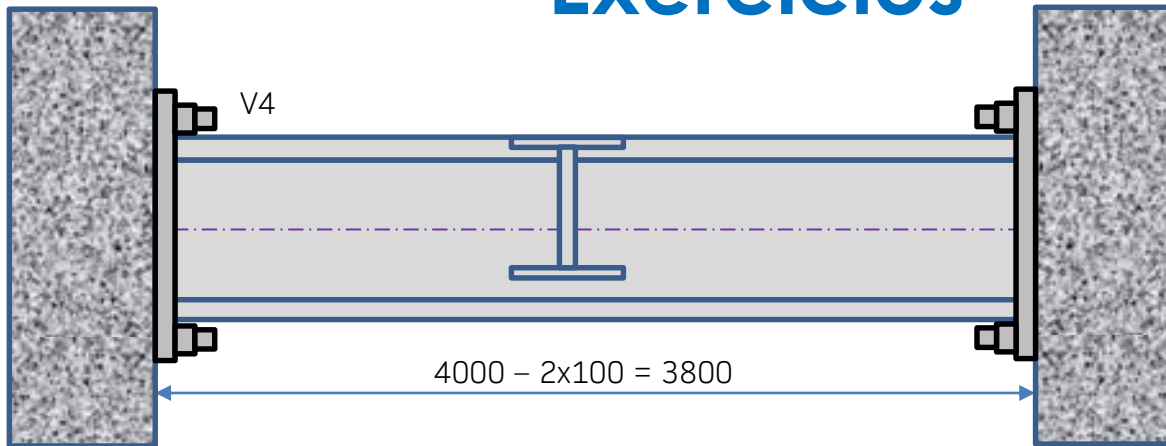
O perfil mais Leve que atende aos requisitos é o W250X17,9 (Ix = 2291cm<sup>4</sup> e Zx = 211 cm<sup>3</sup>)

Em casos reais pode ser necessário adotar o perfil W 360X32,9 devido a questões estéticas, mas se isso não for um limitador, o Perfil W250X17,9 é a opção mais econômica. Adotaremos W250X17,9

BITOLA mm x kg/m	Massa Linear kg/m	d mm	b <sub>f</sub> mm	ESPESSURA			h mm	d' mm	Área cm <sup>2</sup>	EIXO X - X				EIXO Y - Y				r <sub>f</sub> cm	I <sub>y</sub> cm <sup>4</sup>	W <sub>y</sub> cm <sup>3</sup>	r <sub>y</sub> cm	Z <sub>y</sub> cm <sup>3</sup>	ESBELTEZ		C <sub>w</sub> cm <sup>6</sup>	u m <sup>2</sup> /m	BITOLA in x lb/ft
				t <sub>w</sub> mm	t <sub>f</sub> mm	t <sub>r</sub> mm				I <sub>x</sub> cm <sup>4</sup>	W <sub>x</sub> cm <sup>3</sup>	r <sub>x</sub> cm	Z <sub>x</sub> cm <sup>3</sup>	I <sub>y</sub> cm <sup>4</sup>	W <sub>y</sub> cm <sup>3</sup>	r <sub>y</sub> cm	Z <sub>y</sub> cm <sup>3</sup>						MESA - λ <sub>y</sub> b <sub>f</sub> /2t <sub>f</sub>	ALMA - λ <sub>w</sub> d'/t <sub>w</sub>			
W 150 x 13,0	13,0	148	100	4,3	4,9	138	118	16,6	635	85,8	6,18	96,4	82	16,4	2,22	25,5	2,60	1,72	10,20	27,49	4.181	0,67	W 6 x 8,5				
W 150 x 18,0	18,0	153	102	5,8	7,1	139	119	23,4	939	122,8	6,34	139,4	126	24,7	2,32	38,5	2,69	4,34	7,18	20,48	6.683	0,69	W 6 x 12				
W 150 x 22,5 (H)	22,5	152	152	5,8	6,6	139	119	29,0	1229	161,7	6,51	179,6	387	50,9	3,65	77,9	4,10	4,75	11,52	20,48	20.417	0,88	W 6 x 15				
W 150 x 24,0	24,0	160	102	6,6	10,3	139	115	31,5	1384	173,0	6,63	197,6	183	35,9	2,41	55,8	2,73	11,08	4,95	17,48	10.206	0,69	W 6 x 16				
W 150 x 29,8 (H)	29,8	157	153	6,6	9,3	138	118	38,5	1739	221,5	6,72	247,5	556	72,6	3,80	110,8	4,18	10,95	8,23	17,94	30.277	0,90	W 6 x 20				
W 150 x 37,1 (H)	37,1	162	154	8,1	11,6	139	119	47,8	2244	277,0	6,85	313,5	707	91,8	3,84	140,4	4,22	20,58	6,64	14,67	39.930	0,91	W 6 x 25				
W 200 x 15,0	15,0	200	100	4,3	5,2	190	170	19,4	1305	130,5	8,20	147,9	87	17,4	2,12	27,3	2,55	2,05	9,62	39,44	8.222	0,77	W 8 x 10				
W 200 x 19,3	19,3	203	102	5,8	6,5	190	170	25,1	1686	166,1	8,19	190,6	116	22,7	2,14	35,9	2,59	4,02	7,85	29,31	11.098	0,79	W 8 x 13				
W 200 x 22,5	22,5	206	102	6,2	8,0	190	170	29,0	2029	197,0	8,37	225,5	142	27,9	2,22	43,9	2,63	6,18	6,38	27,42	13.868	0,79	W 8 x 15				
W 200 x 26,6	26,6	207	133	5,8	8,4	190	170	34,2	2611	252,3	8,73	282,3	330	49,6	3,10	76,3	3,54	7,65	7,92	29,34	32.477	0,92	W 8 x 18				
W 200 x 31,3	31,3	210	134	6,4	10,2	190	170	40,3	3168	301,7	8,86	338,6	410	61,2	3,19	94,0	3,60	12,59	6,57	26,50	40.822	0,93	W 8 x 21				
W 200 x 35,9 (H)	35,9	201	165	6,2	10,2	181	161	45,7	3437	342,0	8,67	379,2	764	92,6	4,09	141,0	4,50	14,51	8,09	25,90	69.502	1,03	W 8 x 24				
W 200 x 41,7 (H)	41,7	205	166	7,2	11,8	181	157	53,5	4114	401,4	8,77	448,6	901	108,5	4,10	165,7	4,53	23,19	7,03	21,86	83.948	1,04	W 8 x 28				
W 200 x 46,1 (H)	46,1	203	203	7,2	11,0	181	161	58,6	4543	447,6	8,81	495,3	1535	151,2	5,12	229,5	5,58	22,01	9,23	22,36	141.342	1,19	W 8 x 31				
W 200 x 52,0 (H)	52,0	206	204	7,9	12,6	181	157	66,9	5298	514,4	8,90	572,5	1784	174,9	5,16	265,8	5,61	33,34	8,10	19,85	166.710	1,19	W 8 x 35				
HP 200 x 53,0 (H)	53,0	204	207	11,3	11,3	181	161	68,1	4977	488,0	8,55	551,3	1673	161,7	4,96	248,6	5,57	31,93	9,16	14,28	155.075	1,20	HP 8 x 36				
W 200 x 59,0 (H)	59,0	210	205	9,1	14,2	182	158	76,0	6140	584,8	8,99	655,9	2041	199,1	5,18	303,0	5,64	47,69	7,22	17,32	195.418	1,20	W 8 x 40				
W 200 x 71,0 (H)	71,0	216	206	10,2	17,4	181	161	91,0	7660	709,2	9,17	803,2	2537	246,3	5,28	374,5	5,70	81,66	5,92	15,80	249.976	1,22	W 8 x 48				
W 200 x 86,0 (H)	86,0	222	209	13,0	20,6	181	157	110,9	9498	855,7	9,26	984,2	3139	300,4	5,32	458,7	5,77	142,19	5,07	12,06	317.844	1,23	W 8 x 58				
W 200 x 100,0 (H)*	100,0	229	210	14,5	23,7	182	158	127,1	11355	991,7	9,45	1152,2	3664	349,0	5,37	533,4	5,80	212,61	4,43	10,87	385.454	1,25	W 8 x 67				
W 250 x 17,9	17,9	251	101	4,8	5,3	240	220	23,1	2291	182,6	9,96	211,0	91	18,1	1,99	28,8	2,48	2,54	9,53	45,92	13.735	0,88	W 10 x 12				
W 250 x 22,3	22,3	254	102	5,8	6,9	240	220	26,9	2939	231,4	10,09	207,7	123	24,1	2,06	38,4	2,94	4,77	7,39	37,97	18.629	0,89	W 10 x 15				
W 250 x 25,3	25,3	257	102	6,1	8,4	240	220	32,6	3473	270,2	10,31	311,1	149	29,3	2,14	46,4	2,58	7,06	6,07	36,10	22.955	0,89	W 10 x 17				
W 250 x 28,4	28,4	260	102	6,4	10,0	240	220	36,6	4046	311,2	10,51	357,3	178	34,8	2,20	54,9	2,62	10,34	5,10	34,38	27.636	0,90	W 10 x 19				
W 250 x 32,7	32,7	258	146	6,1	9,1	240	220	42,1	4937	382,7	10,83	428,5	473	64,8	3,35	99,7	3,86	10,44	8,02	36,03	73.104	1,07	W 10 x 22				
W 250 x 38,5	38,5	262	147	6,6	11,2	240	220	49,6	6057	462,4	11,05	517,8	594	80,8	3,46	124,1	3,93	17,63	6,56	33,27	93.242	1,08	W 10 x 26				
W 250 x 44,8	44,8	266	148	7,6	13,0	240	220	57,6	7158	538,2	11,15	606,3	704	95,1	3,50	146,4	3,96	27,14	5,69	28,95	112.398	1,09	W 10 x 30				
HP 250 x 62,0 (H)	62,0	246	256	10,5	10,7	225	201	79,6	8728	709,6	10,47	790,5	2995	234,0	6,13	357,8	6,89	33,46	11,96	19,10	414.130	1,47	HP 10 x 42				
W 250 x 73,0 (H)	73,0	253	254	8,6	14,2	225	201	92,7	11257	889,9	11,02	983,3	3880	305,5	6,47	463,1	7,01	56,94	8,94	23,33	552.900	1,48	W 10 x 49				
W 250 x 80,0 (H)	80,0	256	255	9,4	15,6	225	201	101,9	12550	980,5	11,10	1088,7	4313	338,3	6,51	513,1	7,04	75,02	8,17	21,36	622.878	1,49	W 10 x 54				
HP 250 x 85,0 (H)	85,0	254	260	14,4	14,4	225	201	108,5	12280	966,9	10,64	1093,2	4225	325,0	6,24	499,6	7,00	82,07	9,03	13,97	605.403	1,50	HP 10 x 57				
W 250 x 89,0 (H)	89,0	260	256	10,7	17,3	225	201	113,9	14237	1095,1	11,18	1224,4	4841	378,2	6,52	574,3	7,06	102,81	7,40	18,82	712.351	1,50	W 10 x 60				
W 250 x 101,0 (H)	101,0	264	257	11,9	19,6	225	201	128,7	16352	1238,8	11,27	1395,0	5549	431,8	6,57	656,3	7,10	147,70	6,56	16,87	828.031	1,51	W 10 x 68				
W 250 x 115,0 (H)	115,0	269	259	13,5	22,1	225	201	146,1	18920	1406,7	11,38	1597,4	6405	494,6	6,62	752,7	7,16	212,00	5,86	14,87	975.265	1,53	W 10 x 77				
W 250 x 131,0 (H)*	131,0	275	261	15,4	25,1	225	193	167,8	22243	1617,7	11,51	1855,6	7448	570,7	6,66	870,7	7,21	321,06	5,20	12,52	1.161.225	1,54	W 10 x 88				
W 250 x 149,0 (H)*	149,0	282	263	17,3	28,4	225	193	190,5	26027	1845,9	11,69	2137,5	8624	655,8	6,73	1001,7	7,27	462,06	4,63	11,17	1.384.436	1,55	W 10 x 100				
W 250 x 167,0 (H)*	167,0	289	265	19,2	31,8	225	193	214,0	30110	2083,7	11,86	2435,3	9880	745,7	6,79	1140,2	7,33	644,95	4,17	10,07	1.631.156	1,57	W 10 x 112				
W 310 x 21,0	21,0	303	101	5,1	5,7	292	272	27,2	3776	249,2	11,77	291,9	98	19,5	1,90	31,4	2,42	3,27	8,86	53,25	21.628	0,98	W 12 x 14				
W 310 x 23,8	23,8	305	101	5,6	6,7	292	272	30,7	4346	285,0	11,89	333,2	116	22,9	1,94	36,9	2,45	4,65	7,54	48,50	25.594	0,99	W 12 x 16				
W 310 x 28,3	28,3	309	102	6,0	8,9	291	271	36,5	5500	356,0	12,28	412,0	158	31,0	2,08	49,4	2,55	8,14	5,73	45,20	35.441	1,00	W 12 x 19				
W 310 x 32,7	32,7	313	102	6,6	10,8	291	271	42,1	6570	419,8	12,49	485,3	192	37,6	2,13	59,8	2,58	12,91	4,72	41,12	43.612	1,00	W 12 x 22				
W 310 x 38,7	38,7	310	165	5,8	9,7	291	271	49,7	8581	553,6	13,14	615,4	727	88,1	3,82	134,9	4,38	13,20	8,51	46,66	163.728	1,25	W 12 x 26				
W 310 x 44,5	44,5	313	166	6,6	11,2	291	271	57,2	9997	638,8	13,22	712,8	855	103,0	3,87	158,0	4,41	19,90	7,41	41,00	194.433	1,26	W 12 x 30				
W 310 x 52,0	52,0	317	167	7,6	13,2	291	271	67,0	11909	751,4	13,33	842,5	1026	122,9	3,91	188,8	4,45	31,81	6,33	35,61	236.422	1,27	W 12 x 35				



# Exercícios



Como V4 está paralela à direção de armação da laje, os efeitos sobre ela provêm apenas da parede, peso próprio e reação da V1

## Cargas Permanentes:

Carga parede =  $Q_{par} = 1,1 \times 2,8 = 3,08 \text{ kN/m}$

Peso Próprio da viga: Estimado  $40 \text{ kg/m} = 0,4 \text{ kN/m}$

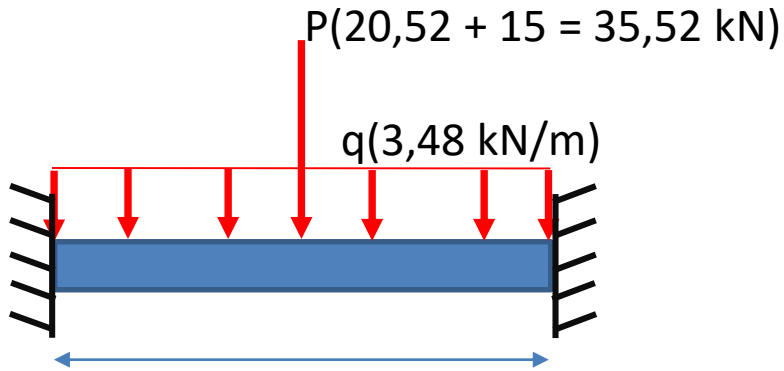
Carga distribuída Total:  $3,48 \text{ kN/m}$

Reação pontual de V1 (ELS – Cargas permanentes):  $6,84 \times 6 / 2 = 20,52 \text{ kN}$

## Cargas Variáveis:

Reação pontual de V1 (ELS – Cargas Variáveis) :  $5 \times 6 / 2 = 15 \text{ kN}$

# Exercícios



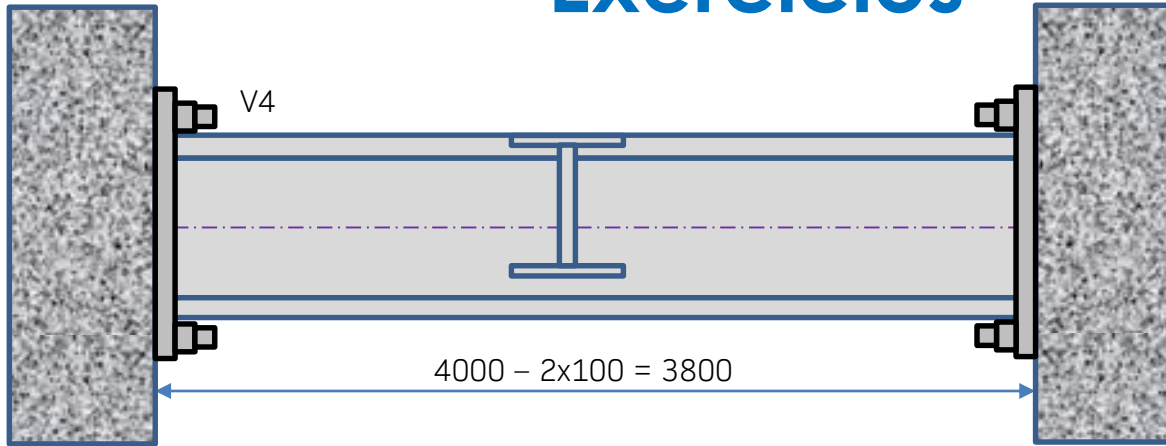
$$y_{max} = \frac{q \cdot L^4}{384EI} + \frac{P \cdot L^3}{192 \cdot E \cdot I}$$

Adotando  $y_{max} = 1,5\text{cm}$  temos:

$$1,5 = \frac{0,0348 \cdot 380^4}{384 \cdot 20000I} + \frac{35,52 \cdot 380^3}{192 \cdot 20000 \cdot I} \quad I = \frac{602,05}{1,5} = 401,36 \text{ cm}^4$$



# Exercícios



Como V4 está paralela à direção de armação da laje, os efeitos sobre ela provêm apenas da parede, peso próprio e reação da V1

## Cargas Permanentes (ELU):

Carga parede =  $Q_{par} = 1,1 \times 2,8 \times 1,4 = 4,312 \text{ kN/m}$

Peso Próprio da viga: Estimado  $40 \text{ kg/m} \times 1,25 = 0,5 \text{ kN/m}$

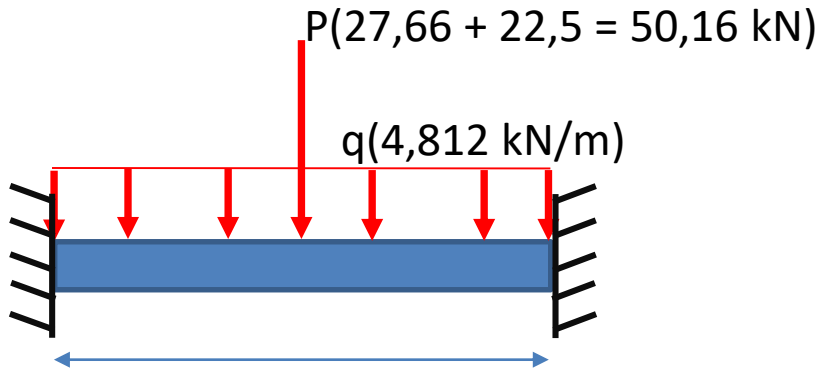
Carga distribuída Total:  $4,812 \text{ kN/m}$

Reação pontual de V1 (ELU – Cargas permanentes):  $9,22 \times 6 / 2 = 27,66 \text{ kN}$

## Cargas Variáveis (ELU):

Reação pontual de V1 (ELS – Cargas Variáveis) :  $7,5 \times 6 / 2 = 22,5 \text{ kN}$

# Exercícios



$$M_{Max} = \frac{q \cdot L^2}{12} + P \cdot \frac{L}{8}$$

$$M_{Max} = \frac{0,04812 \cdot 380^2}{12} + 50,16 \cdot \frac{380}{8} = 2961,64 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

Comparamos com o limite de plastificação total da Seção (Adotaremos Perfil W Gerdau ASTM A572Gr50 com  $F_y = 34,5 \text{ kN/cm}^2$ ):

$$M_{Rd} = \frac{Z_x \cdot F_y}{1,1} \quad 2961,64 = \frac{Z_x \cdot 34,5}{1,1} \quad Z_x = 94,5 \text{ cm}^3$$

De posse dessas informações ( $I_x = 401,36 \text{ cm}^4$  e  $Z_x = 94,5 \text{ cm}^3$ ) buscamos o perfil desejado na tabela de bitolas da Gerdau

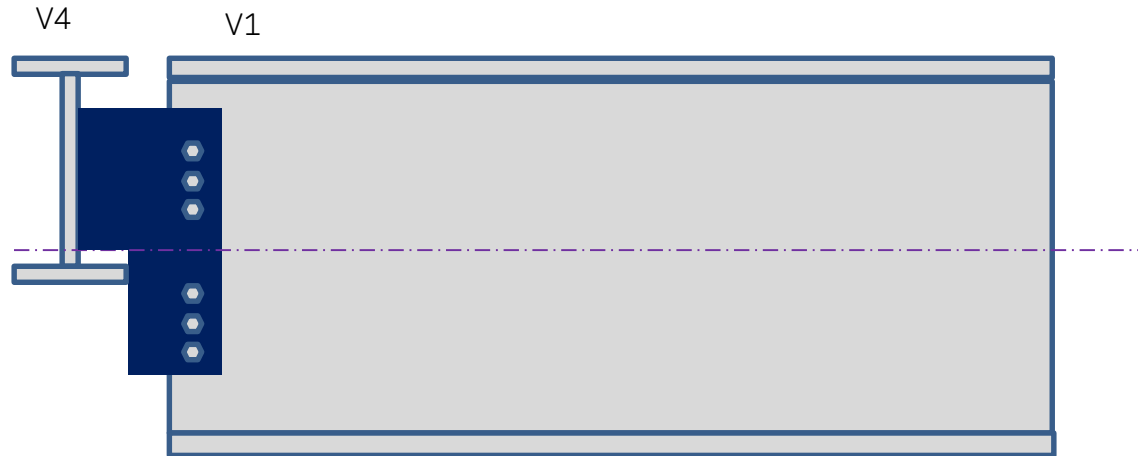
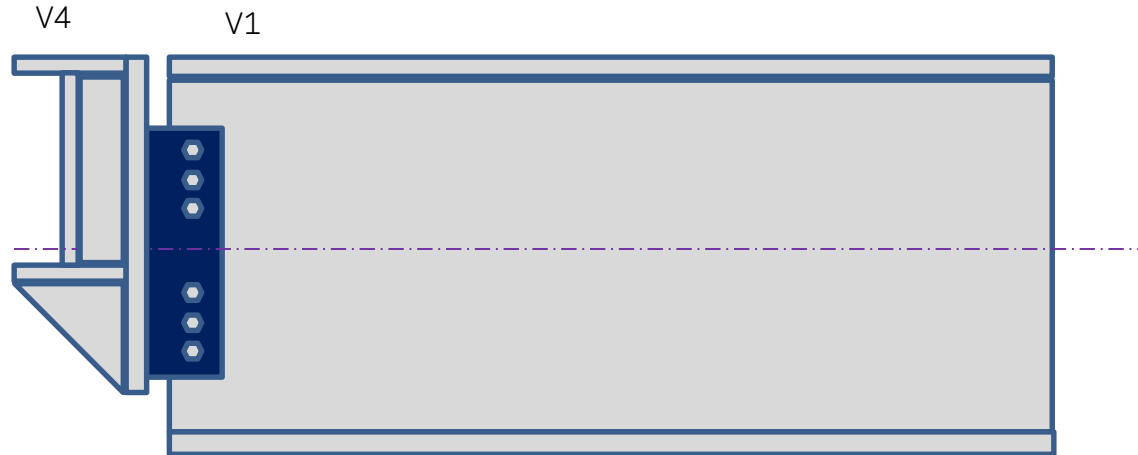
# Exercícios

O perfil mais Leve que atende aos requisitos é o W150X13 ( $I_x = 635$  e  $Z_x = 96,4 \text{ cm}^3$ )

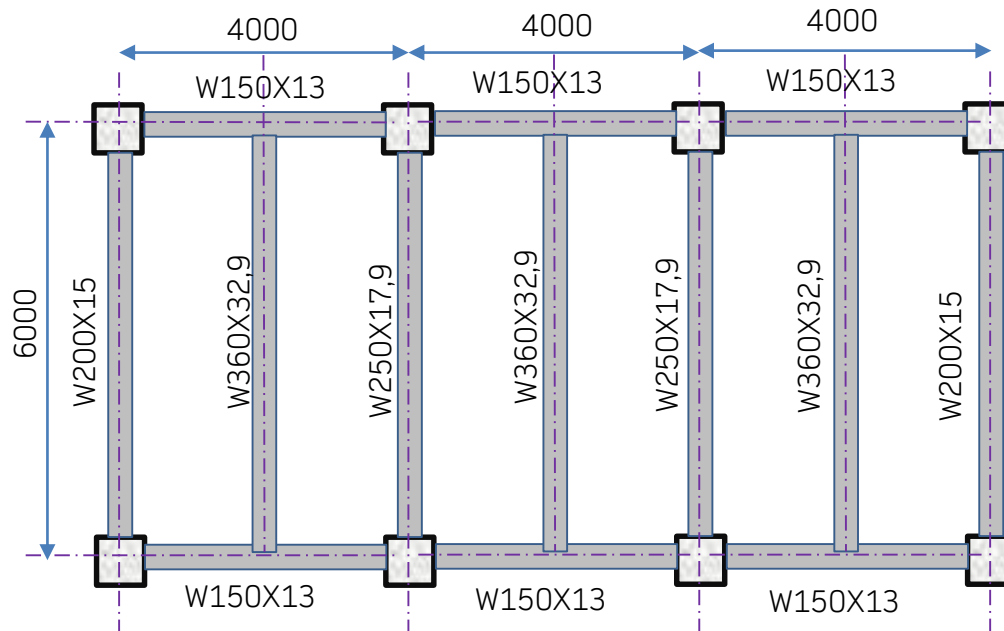
Nesse caso teremos um limitante executivo, pois o perfil da viga V1 é mais alto do que o perfil da viga V2. devemos adotar soluções para elaborar a ligação, ou adotar um perfil no mínimo igual à altura de V1

BITOLA mm x kg/m	Massa Linear kg/m	d mm	$b_f$ mm	ESPESURA		h mm	d'	Área cm <sup>2</sup>	EIXO X - X				EIXO Y - Y				$r_i$ cm	$I_t$ cm <sup>4</sup>	ESBELTEZ		$C_w$ cm <sup>6</sup>	u m <sup>2</sup> /m	BITOLA in x lb/ft
				$t_w$ mm	$t_f$ mm				$I_x$ cm <sup>4</sup>	$W_x$ cm <sup>3</sup>	$r_x$ cm	$Z_x$ cm <sup>3</sup>	$I_y$ cm <sup>4</sup>	$W_y$ cm <sup>3</sup>	$r_y$ cm	$Z_y$ cm <sup>3</sup>			MESA - $\lambda_T$	ALMA - $\lambda_w$			
				b / $2t_f$	d' / $t_w$																		
<b>W 150 x 13,0</b>	<b>13,0</b>	<b>148</b>	<b>100</b>	<b>4,3</b>	<b>4,9</b>	<b>138</b>	<b>118</b>	<b>16,6</b>	<b>635</b>	<b>85,8</b>	<b>6,18</b>	<b>96,4</b>	<b>82</b>	<b>16,4</b>	<b>2,22</b>	<b>25,5</b>	<b>2,60</b>	<b>1,72</b>	<b>10,20</b>	<b>27,49</b>	<b>4.181</b>	<b>0,67</b>	<b>W 6 x 8,5</b>
W 150 x 18,0	18,0	153	102	5,8	7,1	139	119	23,4	939	122,8	6,34	139,4	126	24,7	2,32	38,5	2,69	4,34	7,18	20,48	6.683	0,69	W 6 x 12
W 150 x 22,5 (H)	22,5	152	152	5,8	6,6	139	119	29,0	1229	161,7	6,51	179,6	387	50,9	3,65	77,9	4,10	4,75	11,52	20,48	20.417	0,88	W 6 x 15
W 150 x 24,0	24,0	160	102	6,6	10,3	139	115	31,5	1384	173,0	6,63	197,6	183	35,9	2,41	55,8	2,73	11,08	4,95	17,48	10.206	0,69	W 6 x 16
W 150 x 29,8 (H)	29,8	157	153	6,6	9,3	138	118	38,5	1739	221,5	6,72	247,5	556	72,6	3,80	110,8	4,18	10,95	8,23	17,94	30.277	0,90	W 6 x 20
W 150 x 37,1 (H)	37,1	162	154	8,1	11,6	139	119	47,8	2244	277,0	6,85	313,5	707	91,8	3,84	140,4	4,22	20,58	6,64	14,67	39.930	0,91	W 6 x 25
W 200 x 15,0	15,0	200	100	4,3	5,2	190	170	19,4	1305	130,5	8,20	147,9	87	17,4	2,12	27,3	2,55	2,05	9,62	39,44	8.222	0,77	W 8 x 10
W 200 x 19,3	19,3	203	102	5,8	6,5	190	170	25,1	1686	166,1	8,19	190,6	116	22,7	2,14	35,9	2,59	4,02	7,85	29,31	11.098	0,79	W 8 x 13
W 200 x 22,5	22,5	206	102	6,2	8,0	190	170	29,0	2029	197,0	8,37	225,5	142	27,9	2,22	43,9	2,63	6,18	6,38	27,42	13.868	0,79	W 8 x 15
W 200 x 26,6	26,6	207	133	5,8	8,4	190	170	34,2	2611	252,3	8,73	282,3	330	49,6	3,10	76,3	3,54	7,65	7,92	29,34	32.477	0,92	W 8 x 18
W 200 x 31,3	31,3	210	134	6,4	10,2	190	170	40,3	3168	301,7	8,86	338,6	410	61,2	3,19	94,0	3,60	12,59	6,57	26,50	40.822	0,93	W 8 x 21
W 200 x 35,9 (H)	35,9	201	165	6,2	10,2	181	161	45,7	3437	342,0	8,67	379,2	764	92,6	4,09	141,0	4,50	14,51	8,09	25,90	69.502	1,03	W 8 x 24
W 200 x 41,7 (H)	41,7	205	166	7,2	11,8	181	157	53,5	4114	401,4	8,77	448,6	901	108,5	4,10	165,7	4,53	23,19	7,03	21,86	83.948	1,04	W 8 x 28
W 200 x 46,1 (H)	46,1	203	203	7,2	11,0	181	161	58,6	4543	447,6	8,81	495,3	1535	151,2	5,12	229,5	5,58	22,01	9,23	22,36	141.342	1,19	W 8 x 31
W 200 x 52,0 (H)	52,0	206	204	7,9	12,6	181	157	66,9	5298	514,4	8,90	572,5	1784	174,9	5,16	265,8	5,61	33,34	8,10	19,85	166.710	1,19	W 8 x 35
HP 200 x 53,0 (H)	53,0	204	207	11,3	11,3	181	161	68,1	4977	488,0	8,55	551,3	1673	161,7	4,96	248,6	5,57	31,93	9,16	14,28	155.075	1,20	HP 8 x 36
W 200 x 59,0 (H)	59,0	210	205	9,1	14,2	182	158	76,0	6140	584,8	8,99	655,9	2041	199,1	5,18	303,0	5,64	47,69	7,22	17,32	195.418	1,20	W 8 x 40
W 200 x 71,0 (H)	71,0	216	206	10,2	17,4	181	161	91,0	7660	709,2	9,17	803,2	2537	246,3	5,28	374,5	5,70	81,66	5,92	15,80	249.976	1,22	W 8 x 48
W 200 x 86,0 (H)	86,0	222	209	13,0	20,6	181	157	110,9	9498	855,7	9,26	984,2	3139	300,4	5,32	458,7	5,77	142,19	5,07	12,06	317.844	1,23	W 8 x 58
W 200 x 100,0 (H)*	100,0	229	210	14,5	23,7	182	158	127,1	11355	991,7	9,45	1152,2	3664	349,0	5,37	533,4	5,80	212,61	4,43	10,87	385.454	1,25	W 8 x 67
W 250 x 17,9	17,9	251	101	4,8	5,3	240	220	23,1	2291	182,6	9,96	211,0	91	18,1	1,99	28,8	2,48	2,54	9,53	45,92	13.735	0,88	W 10 x 12
W 250 x 22,3	22,3	254	102	5,8	6,9	240	220	28,9	2939	231,4	10,09	267,7	123	24,1	2,06	38,4	2,54	4,77	7,39	37,97	18.629	0,89	W 10 x 15
W 250 x 25,3	25,3	257	102	6,1	8,4	240	220	32,6	3473	270,2	10,31	311,1	149	29,3	2,14	46,4	2,58	7,06	6,07	36,10	22.955	0,89	W 10 x 17
W 250 x 28,4	28,4	260	102	6,4	10,0	240	220	36,6	4046	311,2	10,51	357,3	178	34,8	2,20	54,9	2,62	10,34	5,10	34,38	27.636	0,90	W 10 x 19
W 250 x 32,7	32,7	258	146	6,1	9,1	240	220	42,1	4937	382,7	10,83	428,5	473	64,8	3,35	99,7	3,86	10,44	8,02	36,03	73.104	1,07	W 10 x 22
W 250 x 38,5	38,5	262	147	6,6	11,2	240	220	49,6	6057	462,4	11,05	517,8	594	80,8	3,46	124,1	3,93	17,63	6,56	33,27	93.242	1,08	W 10 x 26
W 250 x 44,8	44,8	266	148	7,6	13,0	240	220	57,6	7158	538,2	11,15	606,3	704	95,1	3,50	146,4	3,96	27,14	5,69	28,95	112.398	1,09	W 10 x 30
HP 250 x 62,0 (H)	62,0	246	256	10,5	10,7	225	201	79,6	8728	709,6	10,47	790,5	2995	234,0	6,13	357,8	6,89	33,46	11,96	19,10	414.130	1,47	HP 10 x 42
W 250 x 73,0 (H)	73,0	253	254	8,6	14,2	225	201	92,7	11257	889,9	11,02	983,3	3880	305,6	6,47	463,1	7,01	56,94	8,94	23,33	552.900	1,48	W 10 x 49
W 250 x 80,0 (H)	80,0	256	255	9,4	15,6	225	201	101,9	12550	980,5	11,10	1088,7	4313	338,3	6,51	513,1	7,04	75,02	8,17	21,36	622.878	1,49	W 10 x 54
HP 250 x 85,0 (H)	85,0	254	260	14,4	14,4	225	201	108,5	12280	966,9	10,64	1093,2	4225	325,0	6,24	499,6	7,00	82,07	9,03	13,97	605.403	1,50	HP 10 x 57
W 250 x 89,0 (H)	89,0	260	256	10,7	17,3	225	201	113,9	14237	1095,1	11,18	1224,4	4841	378,2	6,52	574,3	7,06	102,81	7,40	18,82	712.351	1,50	W 10 x 60
W 250 x 101,0 (H)	101,0	264	257	11,9	19,6	225	201	128,7	16352	1238,8	11,27	1395,0	5549	431,8	6,57	656,3	7,10	147,70	6,56	16,87	828.031	1,51	W 10 x 68
W 250 x 115,0 (H)	115,0	269	259	13,5	22,1	225	201	146,1	18920	1406,7	11,38	1597,4	6405	494,6	6,62	752,7	7,16	212,00	5,86	14,87	975.265	1,53	W 10 x 77
W 250 x 131,0 (H)*	131,0	275	261	15,4	25,1	225	193	167,8	22243	1617,7	11,51	1855,6	7448	570,7	6,66	870,7	7,21	321,06	5,20	12,52	1.161.225	1,54	W 10 x 88
W 250 x 149,0 (H)*	149,0	282	263	17,3	28,4	225	193	190,5	26027	1845,9	11,69	2137,5	8624	655,8	6,73	1001,7	7,27	462,06	4,63	11,17	1.384.436	1,55	W 10 x 100
W 250 x 167,0 (H)*	167,0	289	265	19,2	31,8	225	193	214,0	30110	2083,7	11,86	2435,3	9880	745,7	6,79	1140,2	7,33	644,95	4,17	10,07	1.631.156	1,57	W 10 x 112

# Exemplos de soluções para manter a W150X13



# Exercícios



Lista de barras:

W150X13 = 24m x 13kg/m = 312 kg

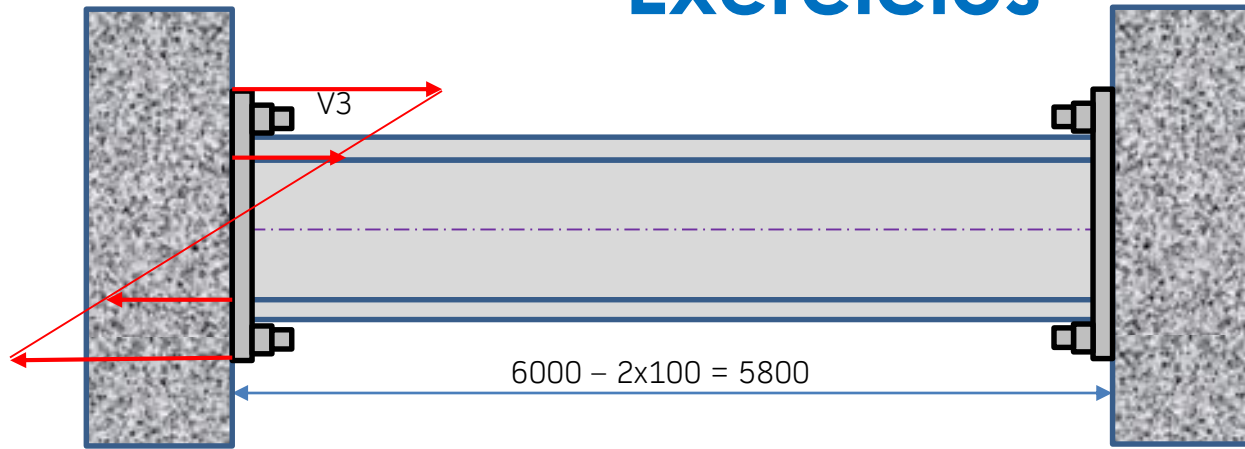
W200X15 = 12m x 15 kg/m = 180 kg

W250X17,9 = 12m x 17,9 kg/m = 214,8 kg

W360X32,9 = 18m x 32,9 kg/m = 592,20 kg

TOTAL: 1299 kg (18,04 kg/m<sup>2</sup>)

# Exercícios

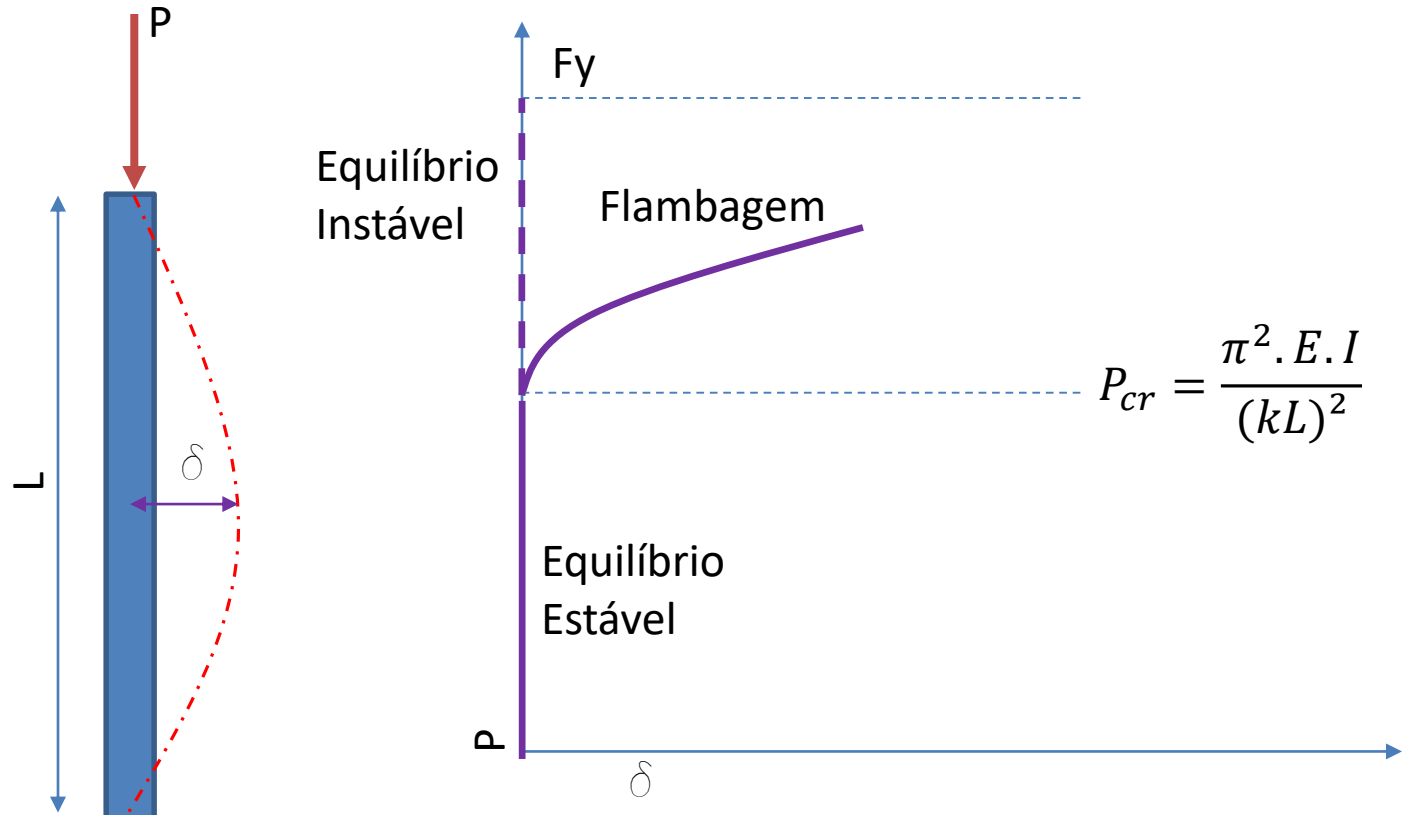


Na ligação entre V3 e o pilar de concreto, determinar qual a tensão máxima de compressão considerando uma chapa de cabeça retangular com largura 150mm e altura 350mm

$$W_{ret} = \frac{I}{y} = \frac{\frac{b \cdot h^3}{12}}{\left(\frac{h}{2}\right)} = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{15 \cdot 35^2}{6} = 3062,5 \text{ cm}^3$$











$$\sigma_{max} = \frac{M}{W} \quad \sigma_{max} = \frac{4688}{3062,5} = 1,53 \text{ kN/cm}^3$$

# Flambagem



# Flambagem

Tabela E.1 — Coeficiente de flambagem por flexão de elementos isolados

	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
A linha tracejada indica a linha elástica de flambagem						
Valores teóricos de $K_x$ ou $K_y$	0,5	0,7	1,0	1,0	2,0	2,0
Valores recomendados	0,65	0,80	1,2	1,0	2,1	2,0
Código para condição de apoio	   	Rotação e translação impedidas Rotação livre, translação impedida Rotação impedida, translação livre Rotação e translação livres				



# Flambagem

Portanto, quanto maior a relação  $L/r$  (Esbeltez), menor será a tensão admissível antes que ocorra flambagem na barra comprimida

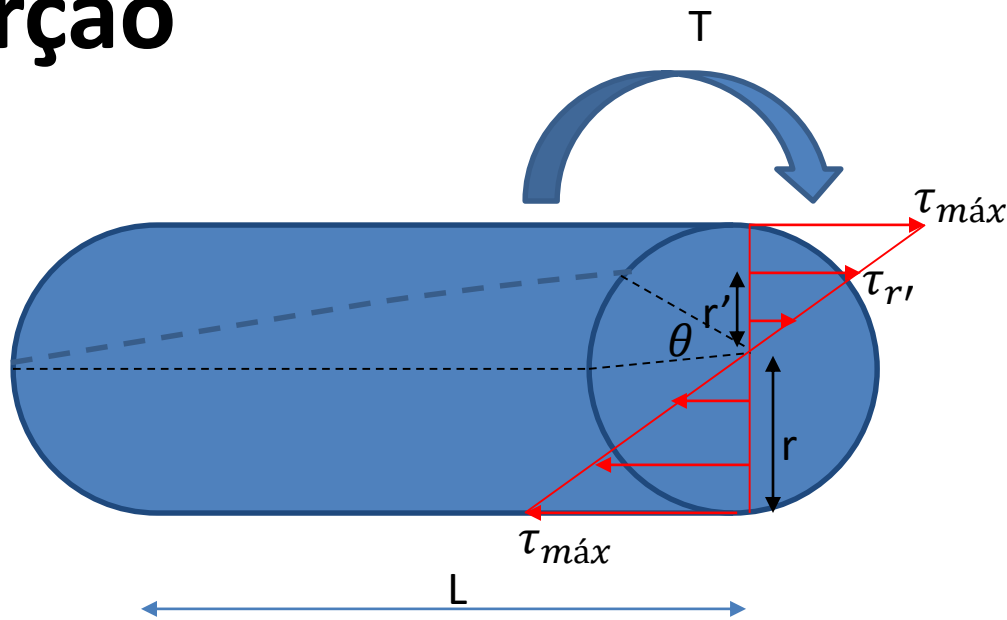
$$P_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{k^2 L^2} \quad \text{Sabemos que } r = \sqrt{\frac{I}{A}} \quad \text{ou } r^2 \cdot A = I$$

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot r^2 \cdot A}{k^2 L^2} \rightarrow \frac{P_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot r^2}{k^2 L^2} \rightarrow \sigma_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\left(\frac{kL}{r}\right)^2}$$

Portanto, quanto maior a relação  $kL/r$  (Esbeltez), menor será a tensão admissível antes que ocorra flambagem na barra comprimida

O tema será aprofundado no módulo de Barras comprimidas

# Torção



$$\theta = \frac{T \cdot L}{G \cdot J}$$

$$\tau_{r'} = \frac{T \cdot r'}{J}$$

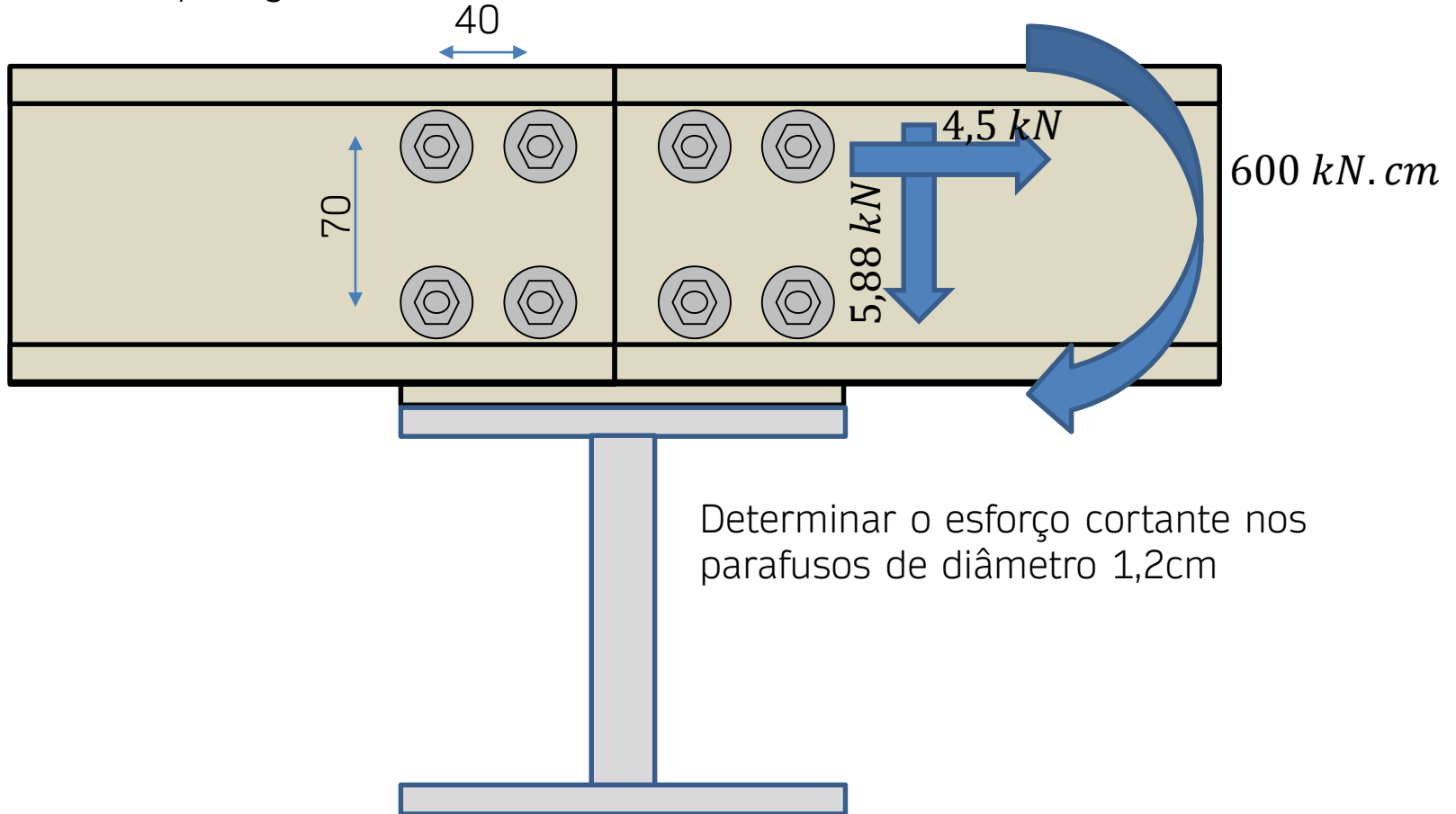
$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{T \cdot r}{J}$$

**Para seções circulares sólidas ou ocas,  
uniformes**

# Momento de inércia Polar

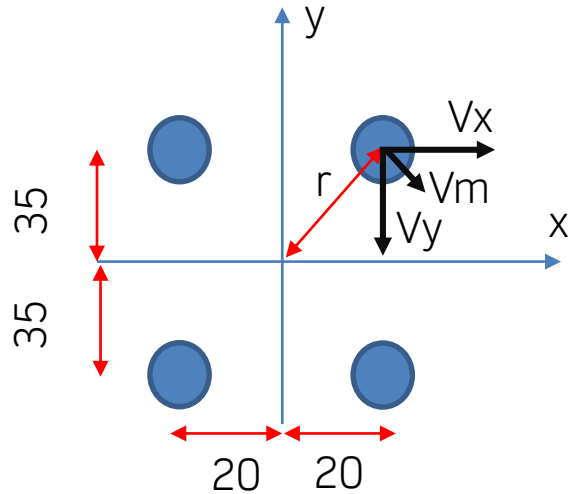
$$J = I_z = I_x + I_y$$

Usamos o momento de inércia Polar para descobrir tensões em planos perpendiculares aos planos em que agem os momentos fletores



Determinar o esforço cortante nos parafusos de diâmetro 1,2cm

# Momento de inércia Polar



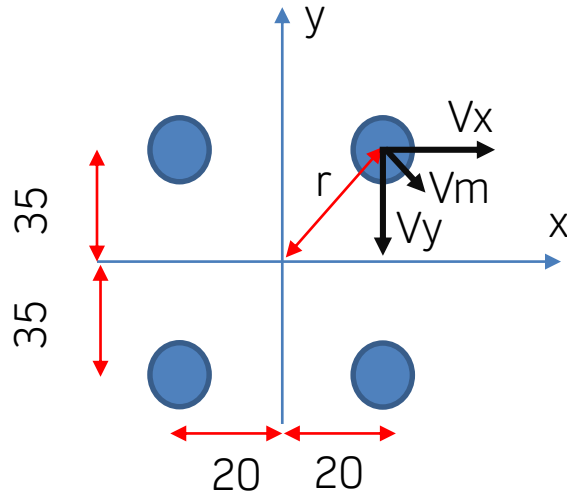
Tensão Cortante devido ao esforço vertical:

$$V_y = \frac{5,88}{4 \cdot \pi \cdot D^2 \cdot 0,25} = \frac{5,88}{4 \cdot \pi \cdot 1,2^2 \cdot 0,25} = 1,30 \text{ kN/cm}^2$$

Tensão Cortante devido ao esforço horizontal:

$$V_x = \frac{4,5}{4 \cdot \pi \cdot D^2 \cdot 0,25} = \frac{4,5}{4 \cdot \pi \cdot 1,2^2 \cdot 0,25} = 1,00 \text{ kN/cm}^2$$

# Momento de inércia Polar



$$r = \sqrt{3,5^2 + 2^2} = 4,031$$

Tensão Cortante Devido ao Momento Fletor

$$I_x = \sum (I_n + A \cdot y^2) \quad I_x = 2 \left[ 2 \left( \frac{\pi \cdot R^4}{4} + \pi \cdot R^2 \cdot y^2 \right) \right] \quad I_x = 2 \left[ 2 \left( \frac{\pi \cdot 0,6^4}{4} + \pi \cdot 0,6^2 \cdot 3,5^2 \right) \right] = 55,82 \text{ cm}^4$$

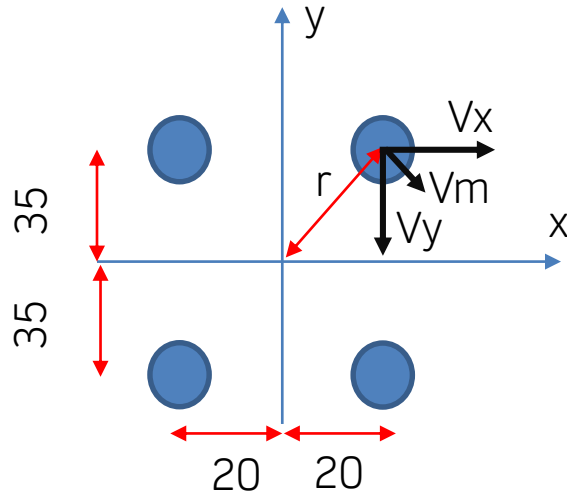
$$I_y = \sum (I_n + A \cdot x^2) \quad I_y = 2 \left[ 2 \left( \frac{\pi \cdot R^4}{4} + \pi \cdot R^2 \cdot x^2 \right) \right] \quad I_y = 2 \left[ 2 \left( \frac{\pi \cdot 0,6^4}{4} + \pi \cdot 0,6^2 \cdot 2^2 \right) \right] = 18,50 \text{ cm}^4$$

$$I_p = I_x + I_y = 55,82 + 18,50 = 74,32 \text{ cm}^4$$

$$V_M = \frac{M \cdot r}{I_p} \quad V_M = \frac{600 \cdot 4,031}{74,32} = 32,54 \text{ kN/cm}^2$$

*Curso de Projeto e Cálculo de Estruturas metálicas*

# Momento de inércia Polar



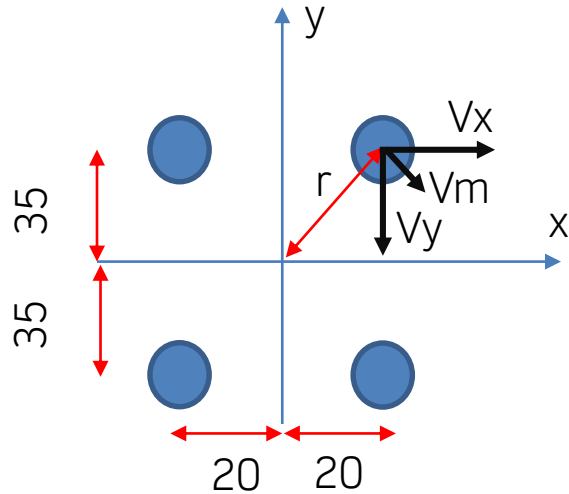
$$V_{Mx} = 32,54 \cdot \frac{3,5}{4,01} = 28,40 \text{ kN/cm}^2$$

$$V_{My} = 32,54 \cdot \frac{2,00}{4,01} = 16,23 \text{ kN/cm}^2$$

$$V = \sqrt{(28,40 + 1)^2 + (16,23 + 1,30)^2}$$

$$V = 34,22 \text{ kN/cm}^2$$

# Método Simplificado



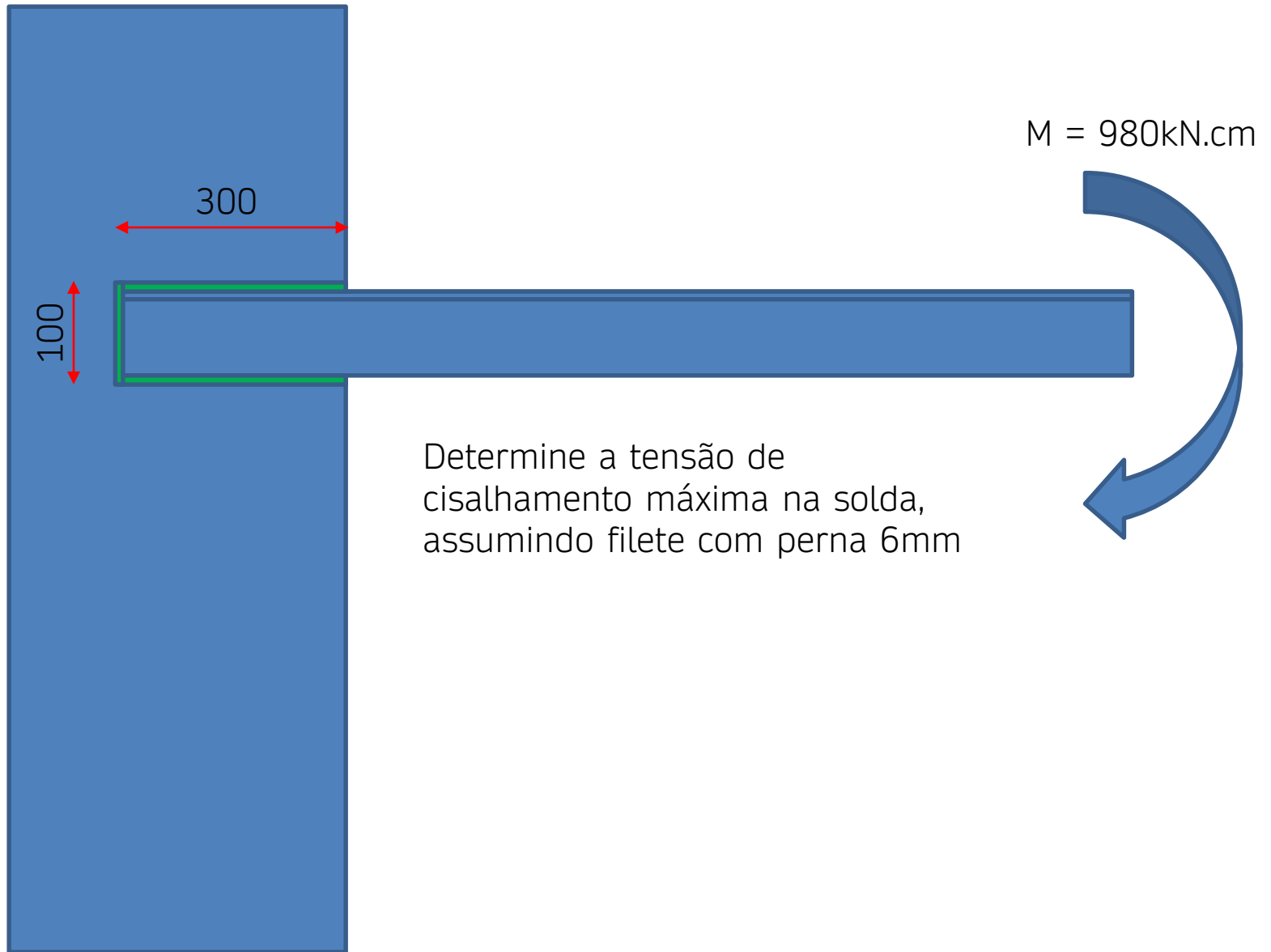
$$I_{p_{unit}} = \sum (x^2 + y^2)$$

$$I_{p_{unit}} = 3,5^2 \cdot 4 + 2^2 \cdot 4 = 65 \text{ cm}^2$$

$$F_{My} = \frac{M \cdot x}{I_{p_{unit}}} = \frac{600 \cdot 2}{65} = 18,46 \text{ kN} \rightarrow \tau_{My} = \frac{F_{My}}{A_p} = \frac{F_{My}}{\left(\pi \cdot \frac{D^2}{4}\right)} = \frac{18,46}{\left(\pi \cdot \frac{1,2^2}{4}\right)} = 16,32 \text{ kN/cm}^2$$

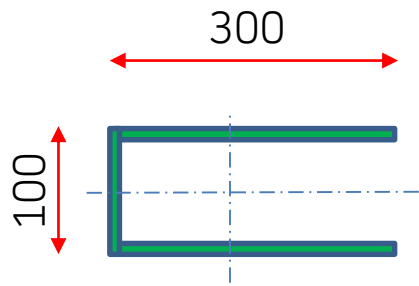
$$F_{Mx} = \frac{M \cdot y}{I_{p_{unit}}} = \frac{600 \cdot 3,5}{65} = 32,30 \text{ kN} \rightarrow \tau_{Mx} = \frac{F_{Mx}}{A_p} = \frac{F_{Mx}}{\left(\pi \cdot \frac{D^2}{4}\right)} = \frac{32,30}{\left(\pi \cdot \frac{1,2^2}{4}\right)} = 28,55 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau_R = \sqrt{(16,32 + 1,00)^2 + (28,55 + 1,30)^2} = 34,51 \text{ kN/cm}^2$$



Determine a tensão de cisalhamento máxima na solda, assumindo filete com perna 6mm





$$X_{cg} = \frac{b^2}{2 \cdot b + h} = \frac{30^2}{2 \cdot 30 + 10} = 12,85 \text{ cm}$$

$$Y_{cg} = \frac{h}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ cm}$$

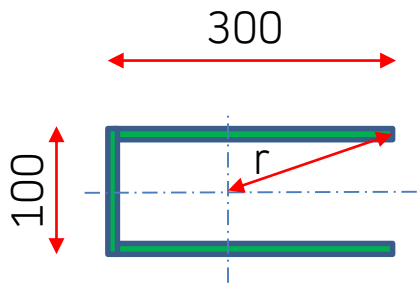
$$I_p = \frac{8b^3 + 6bh^2 + h^3}{12} - \frac{b^4}{2b + h}$$

$$I_p = \frac{8 \cdot 30^3 + 6 \cdot 30 \cdot 10^2 + 10^3}{12} - \frac{30^4}{2 \cdot 30 + 10}$$

$$I_{p(t=1\text{cm})} = 8011,9 \text{ cm}^4/\text{cm}$$

$$I_{p(t=0,6\text{cm})} = 0,6 \cdot 8011,9 = 4807,14 \text{ cm}^4$$

Seções	Módulo resistente $W_x = I_x/y$	Momento de inércia polar $I_p (t = 1)$ em relação ao centro de gravidade
	$\frac{h^2}{6}$	$\frac{h^3}{12}$
	$\frac{h^2}{3}$	$\frac{h(3b^2 + h^2)}{6}$
	$b \cdot h$	$\frac{b(3h^2 + b^2)}{6}$
	$y_g = \frac{h^2}{2(b+h)}$ $x_g = \frac{b^2}{2(b+h)}$	$\frac{(b+h)^4 - 6b^2h^2}{12(b+h)}$
	$x_g = \frac{b^2}{2b+h}$	$\frac{8b^3 + 6bh^2 + h^3}{12} - \frac{b^4}{2b+h}$
	$y_g = \frac{h^2}{b+2h}$	$\frac{b^3 + 6b^2h + 8h^3}{12} - \frac{h^4}{2h+b}$
	$bh + \frac{h^3}{3}$	$\frac{(b+h)^3}{6}$
	$y_g = \frac{h^2}{b+2h}$	$\frac{b^3 + 8h^3}{12} - \frac{h^4}{b+2h}$
	$bh + \frac{h^2}{3}$	$\frac{b^3 + 3bh^2 + h^3}{6}$
	$\pi r^2$	$2\pi r^3$



$$r = \sqrt{(30 - 12,85)^2 + 5^2} = 17,86 \text{ cm}$$

$$\tau_M = \frac{T \cdot r}{J} \quad \tau_M = \frac{980 \cdot 17,86}{4807,14} \rightarrow \tau_M = 3,64 \text{ kN/cm}^2$$